© CL 2001 Darmstadt

Dr. Christoph Lübbert
Viktoriastraße 36
D-64293 Darmstadt

Tel: 06151 422298, T-Mob: 0171 2045811,
christoph.luebbert@t-online.de ,
www.cl-diesunddas.de

Darmstadt, 27.09.2014

Verwandtschaftsnetze

Teil 1: Noch ohne „Zeitfaktor“

Mit Änderungen nach dem BA-Seminar-Vortrag am 11.9.2014

Karl Erich Wolff danke ich für die kritische Durchsicht der Vorversionen.

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbemerkung

Mitte bis Ende der 1980-er Jahre war ich stark an Verwandtschaftsbeziehungen interessiert. Die damals zur Verfügung stehenden sogenannten „Stammbaum“-Schemata behagten mir nicht, weil sie patriarchalisch („unilinear“) orientiert waren. Ich war eher interessiert an „Geschwistern“ / „Halbgeschwistern“, „Cousins / Cousinen 1-ten und höheren Grades“, sowie „Ehepartnern, „Schwägern /Schwägerinnen ersten und höheren Grades“ (d.h. die Personen in meiner/unserer „Generation“).Weniger interessierte mich die ausschließliche Sicht auf die ferne Vergangenheit von „Ahnen“.

Auf einem der UNIX-Rechner der Firma, bei der ich tätig war, entwickelte ich daher gegen Ende 1988 selbst eine (file-basierte) Datenbank für meine Ideen, da die traditionellen „relationalen Datenbankmodelle“ mir dazu ***ziemlich ungeeignet*** erschienen. Die Datenbank ging leider durch Wechsel zu neuen Rechnern verloren.

Übrig blieben einige Graphiken [Beispiel: **Abb.1**], die in der engeren und weiteren Familie Fourore machten und zu intensiver Kommunikation anregten. In der **Abb.1** sind ***Personen*** durch kleine Kreise, ***Ehen*** durch kleine Quadrate dargestellt.

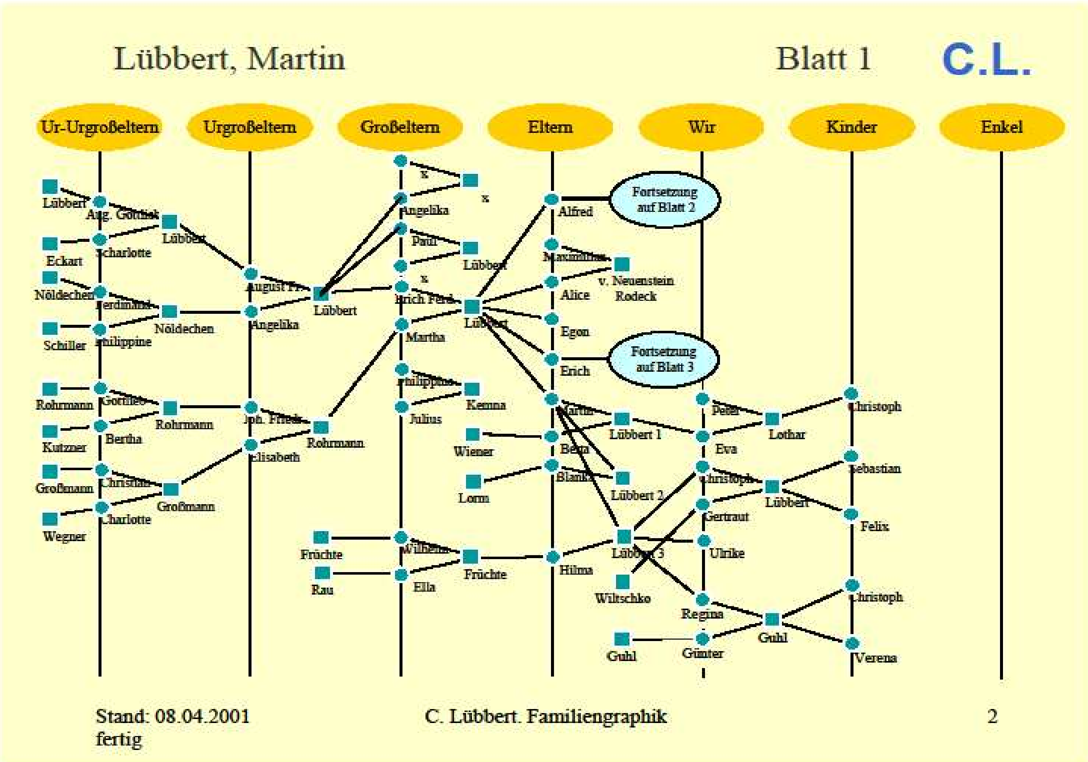


Abb.1: Auszug aus einer Familiengraphik CL (2001)

Diese Graphiken haben mich nun angeregt, das Thema wieder aufzunehmen und etwas „mathematischer“ zu formulieren.

In Wikipedia fand ich kürzlich in [1] unter dem Stichwort: „Verwandtschaftsbeziehung“ die **Abb.2.** Sie stellt graphisch noch am ehesten dar, was ich damals in Sinn hatte.

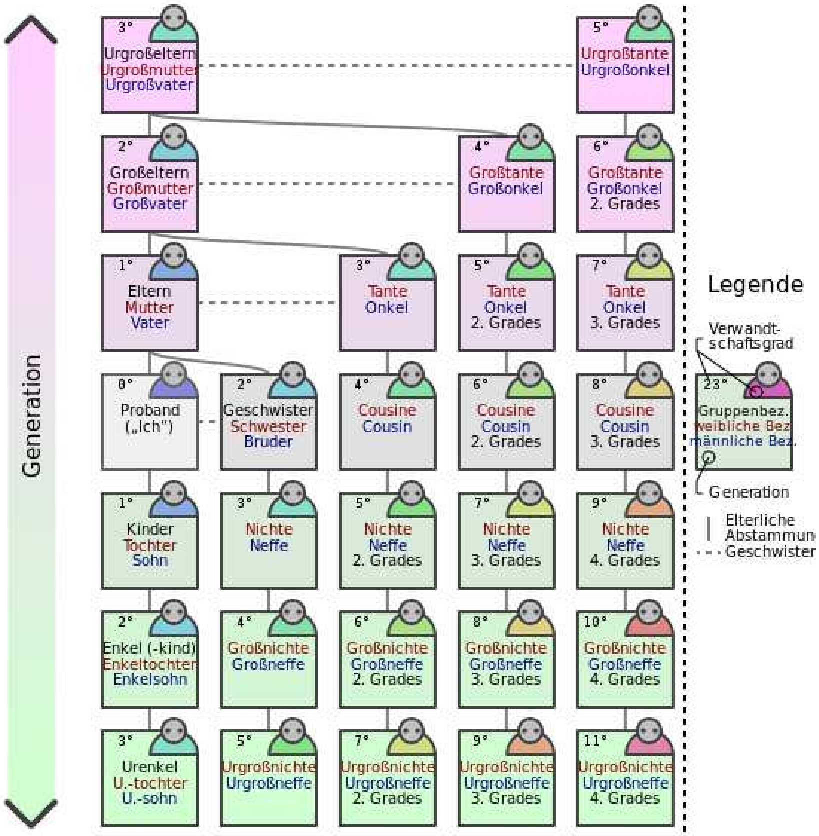


Abb.2: Aus Wikipedia [1], erstellt 2007. – Übliches europäisches Verwandtschaftssystem mit nummeriertem rechtlichen Grad der Verwandtschaft (x°) sowie der Zahl des Generationen-Abstands (x-ten Grades)

Allerdings wird in **Abb.2** die *Paarbildung* der kindererzeugenden **Ehe** *nicht* berücksichtigt, wie das in **Abb.1** vorgesehen ist. Das hat u.a. zur Folge, dass bei Wechsel des Bezugsindividuums („Proband", „ich", k) – z.B. von k zu x := Tante/Onkel von k – das Schema der **Abb.2** ***anschaulich versagt.*** Gerade dies aber ist in der **Abb.1** meines Schemas ***ohne weiteres möglich.***

Wegen des Fehlens von ***Eheknoten*** kann in **Abb.2** auch *keine* „Verschwägerung" (= „angeheiratete Verwandtschaft"), „Halbverwandtschaft" und keine „Stiefbeziehung" (bei „Mehrfachehen" derselben Person) dargestellt werden, sondern nur „Blutsverwandtschaft" *eines* Probanden („ich"). All das ist mit dem Schema der **Abb.1** möglich. Schließlich erscheint mir in **Abb.2** die Gradzuweisung 2°, 3°, 4°, 5° in den Seitenlinien der Ge schwister und Vorfahren-Geschwister des Probanden (oberer Teil des Schemas der **Abb.2**) ***„unlogisch"!***

Verwandtschaftsbeziehungen, Schwägerschaften usw. werden in Wikipedia [1], [2], [3], … rein „umgangssprachlich" formuliert. Um sie in einem ***Datenbank-Programmsystem*** realisieren zu können, benötigt man m.E. ein ***mathematisches Modell*** dazu.

Mein Schema, das der **Abb.1** zugrunde liegt, verwendet nicht nur „Personenknoten" (kleine Kreise in Abb.1) sondern auch „Eheknoten" (kleine Quadrate in Abb.1). Es zeigt damit den Weg, wie man dazu ein mathematisches Modell aufstellen könnte, so dass nicht nur „Blutsverwandtschaften", sondern auch „Halbverwandtschaften", „Verschwägerungen" und „Stiefverhältnisse" im selben Modell integriert werden können. Außerdem ergibt sich aus dem Schema von **Abb.1** eine durchgehend konsistente Methode, wie man sowohl „*Verwandtschaftsgrade*" als auch „*Generationenabstände*" definiert und berechnet, ohne dass man sich durch traditionelle Verwandtschaftsgradbezeichnungen irre machen lassen muss.

2 Grunddefinitonen

Wir stellen das ins Auge gefasste Verwandtschaftsnetz durch das nun zu definierende mathematische Modell

$$\mathbf{V := (G^m, G^f, \eta, <)}$$

dar. **V** wird durch eine (möglichst kleine) Menge **Ax** := {Ax-1, Ax-2, …} von untereinander unabhängigen Regeln (sog. „Axiomen" oder „Integritätsbedingungen") erklärt, die das Quadrupel **V** erfüllen soll, um als Modell für ein „Verwandtschaftsnetz" gelten zu dürfen. Diese Regeln müssen solche sein, die bei vielen „höherem Arten" eingehalten werden. Die Axiome zu $\mathbf{V = (G^m, G^f, \eta, <)}$ werden wir von den rein mathematischen Hilfsdefinitionen für die mathematische Darstellung von **V** wohl unterscheiden.

Beachte: Das Modell ist noch „**statisch**" und ***berücksichtig nicht den Zeitfaktor.***

Zum Beispiel wird kein Unterschied gemacht, ob ein Individuum je eine Ehe mit mehreren Partnern *gleichzeitig* oder *nacheinander* eingeht. Auch die Tatsache, dass Eltern *eher geboren* sind als jedes ihrer Kinder, wird im Modell nicht dargestellt. Die Integration des *Zeitfaktors* soll im **Teil 2** dieser Arbeit vorgenommen werden.

2.1 Die Grundmenge

(Ax-1) Gegeben eine nicht-leere, abzählbare ***Grundmenge* G** (eine „Art", wie man in biologischer Interpretation auch sagen könnte). Die Elemente von **G** nennen wir „**Individuen**"; G sei ***zweigeschlechtlich***, d.h.: G sei disjunkte Vereinigung der (nicht-leeren) Mengen $\mathbf{G^m}$ („**männliche** Individuen") und $\mathbf{G^f}$ („**weibliche** Individuen").
$\mathbf{G = G^m \dot\cup G^f}$, (d.h.: $G = G^m \cup G^f$ und $G^m \cap G^f = \emptyset$).

2.2 Die Abstammungsabbildung η

(Ax-2) Die erste grundlegende Abbildung $\mathbf{\eta : G \to G^m \times G^f}$ heiße die „**Abstammungsabbildung**" (kurz auch „**Herkunft**" genannt). Sie ordnet jedem Individuum $k \in G$ das „**Elternpaar**" $\eta(k) = (p, q) \in G^m \times G^f$ eindeutig zu, welches das Individuum k „***zeugt***". k heißt dabei ein „**Kind**" von (p, q), p heißt der „**Vater**", q die „**Mutter**" von k. *Jedes* Individuum von G hat ***genau ein*** Elternpaar (genau einen „Vater" und genau eine „Mutter"). Wir nennen vorläufig ein Paar (p, q) nur dann „Elternpaar", wenn es ein $k \in G$ gibt mit $\eta(k)=(p, q)$, d.h. kinderlose Paare „zählen vorläufig nicht".

Wir schränken die Abbildung η meist auf eine ***endliche*** aber noch frei wählbare **Teilmenge G'** $\subset$G ein, benutzen aber der Einfachheit halber *denselben* Buchstaben für die Abstammungsabbildung, $\mathbf{\eta : G' \to G^m \times G^f}$ ($G^m \cup G^f = G$, nicht G'). Diese Einschränkung hat den Vorteil, dass dann auch $\mathbf{\eta G'}$ eine *endliche* Teilmenge von $G^m \times G^f$ ist, und man diesen Aussschnitt des Modells in einem endlichen Graphen darstellen kann.

Wir benutzen oft die folgende „*Mengendarstellung*" der Abstammungsabbildung η:

(2.iv) **Def.:** $\mathbf{\mu\eta(k) := \{p, q\}}$ für $k \in G$ mit $\eta(k) = (p, q)$, $p \in G^m$, $q \in G^f$.
Diese Definition macht viele Formeln kürzer u. leichter lesbar.

(2.a) Auf G erzeugt η eine **Äquivalenzrelation** $\sim_\eta$ (reflexive, symmetrische, transitive binäre Beziehung), definiert für alle $x, y \in G$ durch
$\mathbf{x \sim_\eta y \;:\Leftrightarrow\; \eta(x) = \eta(y)}$, zu lesen als: „***x ist herkunftsäquivalent zu y***", mit den **Äquivalenzklassen** $\mathbf{[k]_\eta := \{y \in G' \mid y \sim_\eta k\}} = \{y \in G \mid \eta(y) = \eta(k)\}$ für beliebige $k \in G$.
Die Äquivalenzklassen von $\sim_\eta$ nenne ich auch die „**Kinderklassen**"; von ihnen setze ich voraus, dass sie alle *endlich* sind.

(2.a.i) k ist ein Repräsentant der Klasse $[k]_\eta$, und es gilt $x \in [k]_\eta \Leftrightarrow [k]_\eta = [x]_\eta \Leftrightarrow k \sim_\eta x$; und $[k]_\eta \cap [y]_\eta = \emptyset$ für $y \notin [k]_\eta$. Die Äquivalenzrelation $\sim_\eta$ bewirkt also eine ***Partition*** auf der Menge G.

Die ***Quotientenmenge*** zu dieser Äquivalenzrelation ist
$G/\sim_\eta := \{[x]_\eta \mid x\in G\}$; ($G/\sim_\eta$ ist Teilmenge der Potenzmenge PotG)**.**

Daraus folgt sofort:

(2.a.ii) ***Jedes*** Individuum $k\in G$ gehört ***genau einer*** *Kinderklasse* an. Jede Kinderklasse besteht aus der Gesamtheit der Kinder ***genau eines*** Elternpaares.

(2.a.iii) Für alle $k, r \in G$: $\eta(k) \neq \eta(r) \Leftrightarrow [k]\eta \neq [r]\eta \Leftrightarrow [k]\eta\cap[r]\eta = \emptyset$
In Worten: Elternpaare sind genau dann verschieden, wenn ihre Kinderklassen verschieden (und damit fremd) sind.

(2.b) **Def.:** Das „Inverse“[1] zu η sei die Abbildung (Funktion) $\boldsymbol{\eta^{-1} : G^m\times G^f \to G/\sim_\eta \cup\{\emptyset\}}$.
η^{-1} ist abgeleitet aus η durch die Definition $\boldsymbol{\eta^{-1}(p, q) := \{k\in G \mid \eta(k)=(p, q)\}}$**,** aber stets $\boldsymbol{\eta^{-1}(q, p) := \emptyset}$**,** für $p\in G^m$, $q\in G^f$. Wir nennen η^{-1} die „**Erzeugerabbildung**“; sie ordnet jedem Elternpaar $(p, q)\in G^m\times G^f$ die Klasse $\eta^{-1}(p, q)$ ihrer „**Kinder**“ zu. Ein Paar $(p, q)\in G^m\times G^f$ heiße genau dann eine „**Ehe**“, wenn $\boldsymbol{\eta^{-1}(p, q) \neq \emptyset}$**.** Das Tripel $(p, q, \eta^{-1}(p, q))$ nennen wir eine „**Familie**“, falls $\eta^{-1}(p, q)) \neq\emptyset$.

Aus dem Bisherigen folgt:

(2.b.i) $\eta^{-1}(p, q) \neq\emptyset \Rightarrow p\in G^m, q\in G^f$.

(2.b.ii) Die Erzeugerabbildung η^{-1}, beschränkt auf Elternpaare (p, q) mit $\eta^{-1}(p, q)\neq\emptyset$, ist ***bijektiv***, d.h. es gilt: $(p, q) \neq (p', q') \Leftrightarrow \eta^{-1}(p, q) \cap \eta^{-1}(p', q') = \emptyset$ für alle $p, p'\in G^m$, $q, q'\in G^f$.

(2.b.iii) Für alle $k\in G$: $\boldsymbol{\eta^{-1}\eta(k) = [k]_\eta}$
Mit anderen Worten: Ist $\eta^{-1}(p, q) \neq\emptyset$, so gilt: $\eta^{-1}(p, q) = [k]_\eta$ für jedes k, für das $\eta(k)=(p, q)$ gilt.

(2.c) Die Herkunft η induziert eine (nicht-leere) *binäre Relation*
$\boldsymbol{E \subseteq G^m \times G^f}$, definiert durch $\boldsymbol{(p, q)\in E :\Leftrightarrow \eta^{-1}(p, q) \neq\emptyset}$ für $p\in G^m$, $q\in G^f$,
genannt die „**Eherelation**“. E als eine ***Menge*** bekommt dann die Form
$\boldsymbol{E = \{(p, q) \in G^m\times G^f \mid \eta^{-1}(p, q) \neq\emptyset\}}$**.** Ein Paar (p, q) mit $(p, q)\in E$ nenne ich ein „**Ehe-** oder **Elternpaar**“ oder kurz eine „**Ehe**“; p den „**Ehemann**“, q die „**Ehefrau**“[2]. (Wegen $G=G^m\dot\cup G^f$ können wir E auch als Relation „auf G“ auffassen.)

Anmerkung: Bei Menschen kann eine Ehe kinderlos bleiben. In unserem eher „biologisch“ orientierten Modell zählen wir wegen Def. (2.c) aber kinderlose Partnerschaften gar nicht als „Ehen“. (p, q) heißt in unserem Modell genau dann ein „Ehepaar“ oder „Elternpaar“ oder kurz: eine „Ehe“, wenn es Kinder zeugt, $\eta^{-1}(p, q) \neq\emptyset$.

(2.c.ii) $(p, q)\in E \Rightarrow (q, p)\notin E$. D.h.: E ist **asymmetrisch „auf G“.** Das besagt nur, dass E als Menge ***geordneter*** Paare $(p, q)\in G^m\times G^f$ zu lesen ist, wobei $G^m\cap G^f = \emptyset$ vorausgesetzt ist.

(2.c.iii) $(k, k)\notin E$. D.h.: E ist **irreflexiv „auf G“**. In Worten: Kein Individuum ist Ehepartner von sich selbst. Das folgt ebenfalls aus der Voraussetzung $G^m\cap G^f =\emptyset$.

2.3 Die Basisfunktionen zu einem Bezugsindividuum

Aus dem Bisherigen leiten wir folgende vier Basisfunktionen ab.

(4) Def. der vier **Basisfunktionen** bezüglich eines Individuums $x\in G$:

---

[1] Die Bezeichnung „das Inverse“ ist in Anführungsstrichen gesetzt, da man im üblichen Sprachgebrauch einer Funktion eine Inverse nur zuordnet, wenn sie injektiv oder bijektiv ist. (Besser wäre hier vielleicht das Wort „adjungiert“ statt „invers“.) Wir benutzen zu einer beliebigen Abbildung (Funktion) $f: X \to Y$ aber auch die *Mengenschreibweise*: Ist $A\subseteq X$, so sei fA die ***Menge*** $\{f(x)\in Y\mid x\in A\} \subseteq Y$. Das „Inverse“ („Adjungierte“) zu f ist dann stets aus f ableitbar als die Abbildung $f^{-1}: Y \to \mathrm{Pot}X$, definiert durch $f^{-1}(y):=\{x\in X\mid f(x)=y\}$. $f^{-1}(y)=\emptyset$, falls y nicht im Bildbereich von f liegt. Wir haben $f\circ f^{-1}(y) = \{y\}$, $f^{-1}\circ f(x) = \{z\in X\mid f(z)=f(x)\}=[x]_f$, und damit: $f\circ f^{-1}\circ f(x) = f[x]_f$, $f^{-1}\circ f\circ f^{-1}(y) = f^{-1}(y)$.

[2] Gemäß [15] (*Formale Begriffsanalyse*) könnte man nun den **Formalen Kontext K** := (G^m, G^f, E) hernehmen und dazu den vollständigen Verband $\underline{\mathfrak{B}}$(**K**) der **Formalen Begriffe** bilden. Das wäre ggf. ein Mittel zur Untersuchung des ***Polygamie / Polyandrie-Verhaltens*** der „Art“ $G=G^m\dot\cup G^f$. Wir behandeln diesen *sehr speziellen* Aspekt des Modells $\boldsymbol{V = (G^m, G^f, \eta, <)}$ vorerst nicht.

- **V^1(x)** := $\mu\eta(x)$ siehe Def.(2.iii) „**Eltern**“ von x
- **N^1(x)** := $\mathbf{U}_{y\in G^f}\ \eta^{-1}(x, y)$, falls $x\in G^m$,
  := $\mathbf{U}_{y\in G^m}\ \eta^{-1}(y, x)$, falls $x\in G^f$ „**Kinder**“ von x
- **GS(x)** := $[x]_\eta \setminus \{x\}$ „**Geschwister**“ von x $[x]_\eta$: siehe (2.a)
- **EP(x)** := $\{y\in G \mid (x, y)\in E$ oder $(y, x)\in E\}$ „**Ehepartner**“ von x. (Es seien stets nur endlich viele.)

Anmerkung:
(i) Die Vereinigung bei N1(x) darf über beliebige y laufen, da $\eta^{-1}(x, y) =\varnothing$, falls $(x, y) \notin E$, bzw. $\eta^{-1}(y, x) =\varnothing$, falls $(y, x) \notin E$. In dieser Def. ist berücksichtigt, dass ein Individuum auch ***mehrere*** Ehen mit verschiedenen Partnern des anderen Geschlechts eingehen kann.
(ii) Auch EP(x) ist als Menge definiert, da ein x ggf. keine oder mehrere Ehepartner haben kann. Aus dem Bisherigen geht natürlich hervor: $EP(x) \subseteq G^f$, falls $x\in G^m$, und $EP(x) \subseteq G^m$, falls $x\in G^f$.
(iii) Da η eine Abbildung mit Def.-Bereich G sein soll, ist stets **$V^1(x)\neq\varnothing$.** Die Mengen $N^1(x)$ und EP(x) können jedoch auch leer sein, falls x keine direkten Nachkommen hat, bzw. keine Ehe eingeht. $GS(x)=\varnothing$, falls x das einzige Kind seiner Eltern ist: $[x]_\eta =\{x\}$.

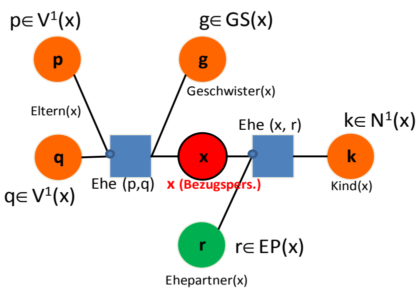
Die **Abb. 3.** veranschaulicht diese Funktionen von x gemäß dem Schema der **Abb.1**.

Uns kommt es hier immer nur auf **endliche Ausschnitte G‘** der Gesamtindividuenmenge G an. Die oben definierten Mengen $V^1(x)$, $N^1(x)$, GS(x), EP(x) mit $x\in G$‘ mögen dann nicht vollständig zum endlichen Ausschnitt G‘ gehören. Daher „komplettieren“ wir G‘ rekursiv zu einer – dann ebenfalls *endlichen* – Individuenmenge G“:

(5) **Komplettierung von G‘:**
(i) G‘ $\subseteq$ G“. (ii) Für jedes $x\in G$‘ sei $V^1(x)$, $N^1(x)$, GS(x), EP(x) $\subseteq$G“.

Die komplettierte Menge G“ bezeichnen wir der Einfachheit halber wieder mit G‘.

Abb.3: Die Basis-Verwandtschaftsfunktionen von x



2.4 G als geordnete Menge

(6) Def. der „**direkten Vorfahren“** eines Individuums $k\in G$:

$V^1(k) := \mu\eta(k)$ (siehe Def.(4) oben) „**Eltern“** von k – direkte Vorfahren **1-ten Grades** von k.
$V^2(k) := \mathbf{U}_{x\in\mu\eta(k)}\ V^1(x)$ „**Großeltern“** von k – direkte Vorfahren **2-ten Grades** von k.
$V^3(k) := \mathbf{U}_{x\in\mu\eta(k)}\ V^2(x)$ „**Urgroßeltern“** von k – direkte Vorfahren **3-ten Grades** von k.
usw. – Allgemein für $i\in\{2, 3, 4, \ldots\}$:

- $V^i(k) := \mathbf{U}_{x\in\mu\eta(k)}\ V^{i-1}(x)$ **direkte Vorfahren i-ten Grades** von k.

(7) Def. der „**direkten Nachfahren**" eines Individuums k∈G':

$N^1(k)$ (siehe Def.(4) oben) „**Kinder**" von k – direkte Nachfahren **1-ten Grades**.

$N^2(k) := \bigcup_{x\in N^1(k)} N^1(x)$ „**Enkel**" von k – direkte Nachfahren **2-ten Grades** von k.

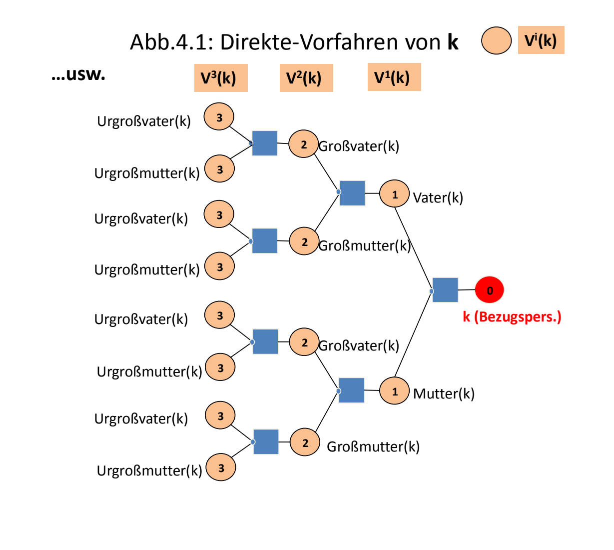
$N^3(k) := \bigcup_{x\in N^1(k)} N^2(x)$ „**Urenkel**" von k – direkte Nachfahren **3-ten Grades** von k.

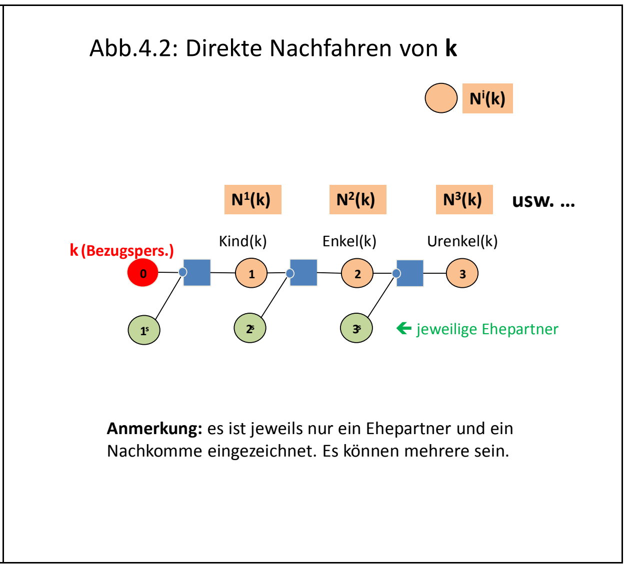
usw. – Allgemein für i∈{2 ,3, 4, …}:

- $N^i(k) := \bigcup_{x\in N^1(k)} N^{i-1}(x)$ **direkte Nachfahren i-ten Grades** von k.

(8) Wechselt man vom Bezugsindividuum k zu einem anderen, y, so ergibt sich aus Def.(4):
$y\in V^1(k) \Rightarrow k\in N^1(y)$ (ist y „Vater/Mutter" von k, so ist k „Kind" von y);
$y\in V^2(k) \Rightarrow k\in N^2(y)$ (ist y „Großvater/-mutter" von k, so ist k „Enkel" von y) usw. …; allgemein:
$y\in V^i(k) \Rightarrow k\in N^i(y)$.

Die **Abbildungen 4.1, 4.2** zeigen die direkten Vor- bzw. Nachfahren des Bezugsindividuums k. In den Individuenknoten sind Zahlen angegeben; das sind die sog. „***rechnerischen Verwandtschaftsgrade***" zu k; sie werden in Kap.3.1 näher erläutert.





Auf der Gesamtmenge G der „Individuen" kann man eine binäre Relation „<" einführen:

(9) **Def.:** Für alle x, y∈G: **x < y :⇔ ∃i∈{1, 2, …}: $x\in V^i(y)$.** „x < y" zu lesen als: „***x ist direkter Vorfahre von y***" oder auch: „***y ist direkter Nachfahre von x***".

Die Relation < erinnert stark an eine strikte Ordnung auf G. Es könnte (mit den bisherigen Forderungen) aber z.B. sein, dass für ein $x\in V^2(k)$ gilt x=k. Die *Transitivität* von < liegt zwar in der Veranschaulichung der Abb.4.1, Abb.4.2 „auf der Hand", sie lässt sich aus dem Bisherigen aber nicht herleiten. Man muss sie fordern. Daher fügen wir das folgende Axiom hinzu.

(Ax-3) Die Relation < sei eine **strikte Ordnung** auf G', d.h. sie sei
- irreflexiv: x < x für ***kein*** x∈G',
- transitiv: **(x < y und y < z) ⇒ x < z** für ***alle*** x, y, z ∈G.

„<" nennen wir die **Verwandtschaftsordnung** *(„Verwandtchaftstaxonomie").*

Wie üblich benutzten wir manchmal auch die nicht-strikte Form x≤y :⇔ (x<y oder x=y). „≤" ist dann die zu „<" gehörige reflexive, antisymmetrische und transitive Ordnung auf G.

Damit seien die Forderungen zum Modell **$V=(G^m, G^f, \eta, <)$** zunächst abgeschlossen.

Anmerkung: Dieser Modellansatz für ein Verwandtschaftsnetz entspricht m.E. auch dem sog. ***Ockhamschen Sparsamkeitsprinzip*** für eine „Ontologie", weil er nur ***zwei*** Forderungen benötigt – die Abstammungsfunktion η und die Ordnung < auf G – und trotzdem fast alles (bis auf den „Zeitfaktor") abdeckt, was man sich beim Thema „Verwandtschaftsnetze" wünscht.

Anmerkung (*): Die mit (Ax-3) auf der Individuenmenge **G** eingeführte Ordnung $\leq$ induziert in natürlicher Weise eine Ordnung $\leq^*$ auf der Menge **E** ($\subset G^m \times G^f$) der „**Ehen**“, die man so definieren kann:
Seien x, x‘, y, y‘ $\in$ G und (x, y), (x‘, y‘)$\in$ E.

Def.: (x, y) $\leq^*$ (x‘, y‘) :⇔ x$\leq$x‘ und y$\leq$y‘.

Diese Ordnung auf E bezeichnen wir als die aus $\leq$ abgeleitete „**Produktordnung**“. Beachte: Die *Gleichheit* besagt (x, y) = (x‘, y) ⇔ x=x‘ ***und*** y=y‘. Es gilt also auch (a, y) <* (a, y‘) ⇔ y<y‘ bzw.: (x, b) <* (x‘, b) ⇔ x<x’.

2.5 Verwandtenehen

(Ax-3) schließt nur aus, dass ein Bezugsindividuum k identisch mit einem seiner Elternteile sein kann, denn aus der Annahme η(k) = (k, q) oder = (p, k) würde folgen: k<k, was der Irreflexivität der Ordnung < widerspricht. Allgemeiner zeigt man mit der Transitivität von „<“ in (Ax-3), dass k nicht identisch mit einem seiner direkten Vor- oder Nachfahren sein kann. Das bisherige Modell **V = (G^m, G^f, η, <)** mit den drei Axiomen (Ax-1) bis (Ax-3) gestattet jedoch noch viele Möglichkeiten von sog. „Verwandtenehen“, die in realen Verwandtschaftssystemen zum Teil verboten sind.

(10) Beispiele für sog. **„Verwandtenehen“**:

(a) Fall einer ***Geschwister-Ehe***: g$\in$GS(x), η(k) =(x, g). Dann ist x$\in$EP(g) und x<k, g<x.

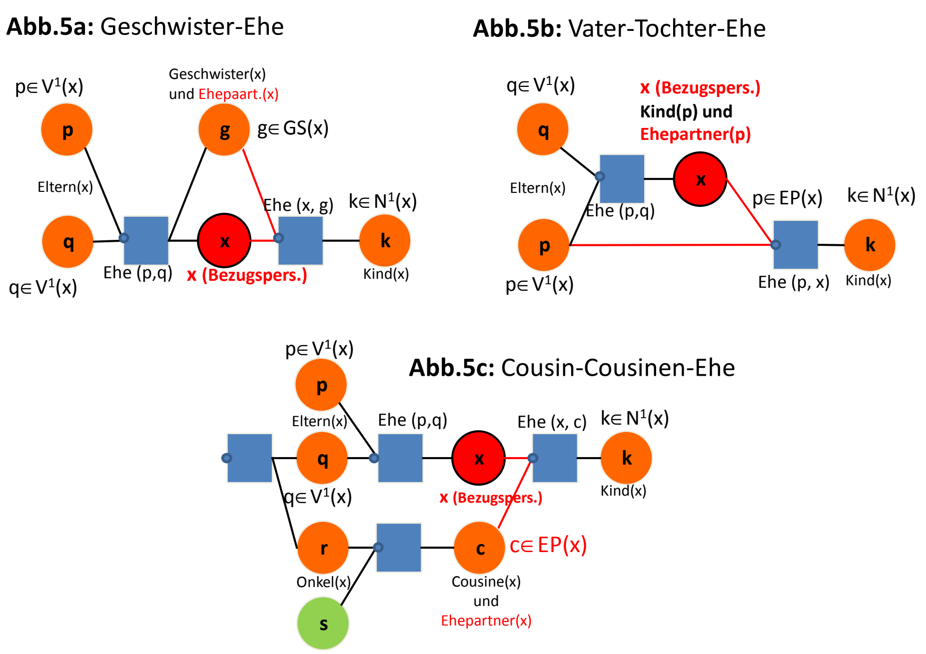
(b) Fall einer ***Vater-Tochter-Ehe***: η(x) = (p, q) (p Vater von x), η(k) = (p, x). Dann ist p<x, x<k, p<k und p$\in$EP(x); p ist sowohl Vater als auch Großvater von k bzw.: k ist sowohl Kind als auch Enkel von p.

(c) Fall einer ***Cousin-Cousinen-Ehe***: η(x)=(p, q), r$\in$GS(q), η(c)=(s, r), η(k)=(x, c). Dann ist x Cousin von c und zugleich c$\in$EP(x), und k ist deren Kind; es gilt q<x<k sowie r<c<k. Usw. …

All diese „Verwandtenehen“ stehen nicht in Konflikt zur Verwandtschaftsordnung < auf G. Das sieht man z.B. auch an der Anmerkung (*) am Ende des Kap.2.4 zur Einführung der „Produktordnung“ auf der Menge E der „Ehen“.

Abb.5 zeigt die Beispiele von (10).

Abb. 5: Beispiele für Verwandtenehen



3 Graphische Darstellung eines Verwandtschaftsnetzes

3.1 Suchpfadschema und rechnerischer Verwandtschaftsgrad

Wie bereits in den Abbildungen 1, 3, 4.1, 4.2, 5 praktiziert, stellen wir das Modell **V** in einem endlichen, komplettierten Ausschnitt **G'** $\subset$ G als einen endlichen **Graphen (G', E'; K1, K2)** dar. Der Graph ist *„links-rechts-geordnet"* wegen der Ordnung < auf G'. Er hat **zwei Knotentypen G'** und **E'**. G' ist die Menge der **Individuenknoten**, dargestellt als Kreise; E' ist die Menge der **Eheknoten**, dargestellt als Quadrate. Zur Veranschaulichung der folgenden Beschreibung halte man sich am besten an die **Abb.3**. Dementsprechend gibt es **zwei** voneinander zu **unterscheidende Kantentypen K1, K2**: Der erste Kantentyp **e---y $\in$ K1** verbindet einen Eheknoten e=(p, q) = η(y) mit einem „Kind-Knoten" y$\in$G'; der zweite Kantentyp **x---e $\in$ K2** verbindet einen Individuumknoten x mit einem Eheknoten e=(x, z) (falls x$\in$G^m, z$\in$EP(x)) bzw. e=(z, x) (falls x$\in$G^f, z$\in$EP(x)) – sofern eine solche Ehe existiert. An einem im Graphen (G', E'; K1, K2) auftretenden Eheknoten e=(p, q)$\in$E' hängen also ***links*** immer genau ***zwei*** Kanten p---e, q---e $\in$K2 für die „Eltern" von e, und ***rechts*** ein oder mehrere Kanten vom Typ e---k $\in$ K1 für die „Kinder" von e.

In den Programmen der von mir entworfenen Verwandtschafts-Datenbank hatte ich folgende nützlichen Strings k……x für ein **Suchpfadschema** benutzt: Am String-Anfang steht das Symbol „k" für den Knoten des **Bezugsindividuums k**. Am Ende steht das Symbol „x" für den Knoten des **Zielindividuums x.** Dazwischen wechseln sich die Symbole „e" für einen „**Eheknoten**" und „p" für einen „**Individuumknoten**" ab.

Zwischen „k" oder „p" und dem nächsten „e", bzw. zwischen „e" und dem nächsten „p" oder „x" steht ein „**Vorzeichen**" „+" oder „-": Steht man bei einem „p" und geht zum nächsten „e" nach ***links*** in Richtung „Elternpaar von p", so setzt man ein „-" ; andernfalls geht man nach ***rechts*** in Richtung „Ehe von p" (falls vorhanden) und setzt ein „+". Entsprechend: Steht man bei einem „e" und geht nach ***links*** in Richtung eines „Elternteils von e", so setzt man ein „-"; andernfalls geht man nach ***rechts*** in Richtung eines Kindes von e und setzt ein „+".

(12) **Def.:** So ein String k…….x heiße ein „**Suchpfad von k nach x**", wenn in ihm ***kein*** **Individuum- oder Ehe-Knoten doppelt durchlaufen wird.** Der Suchpfad, der aus nur ***einem*** Individuum-Knoten k besteht, heiße ein „**Nullpfad**".

Beispiele: (1) k-e-x ergibt: x ist Vater oder Mutter von k. (2) k-e-p-e+x ergibt: x ist ein Onkel/eine Tante von k. (3) k+e-x ergibt: x ist ein Ehepartner von k. (4) k+e+p ergibt: x ist ein Kind von k. (5) k+e+p-e+x ergibt: x ist ein Schwiegersohn / eine Schwiegertochter von k. (6) k+e-p+e-x ergibt: x ist ein Copartner von k (d.h., ein zweiter Ehepartner des Ehepartners von k). Usw. usw. …

(13) **Def.:** Der „**inverse Suchpfad"** zu k……x ist der Suchpfad x……k. In ihm ist x das Bezugs- und k das Zielindividuum. Da die Suchrichtungen umgekehrt sind, **kehren sich die Vorzeichen um**.

Beispiel: k……x = k+e+p-e+p-e+x ➔ dazu inverser Suchpfad: x……k = x-e+p-e+p-e-k.

Jeder Suchpfad k……x besteht aus der Hintereinanderschaltung von je zwei Paaren von Kanten vom Typ K1 oder K2. Gibt man jeder Kante vom Typ K1 oder K2 die **Länge ½** , so hat jeder Suchpfad als Länge eine nichtnegative **ganze** Zahl. Am Suchpfad k…….x kann man in der Graphik dessen Länge folgendermaßen abzählen:

(14) **Def.:** Die Länge eines Suchpfades k……x bezeichne ich mit **L(k……x).** Der Wert von L(k……x) ist die *Anzahl der aufeinanderfolgenden Zweier-Teilstrings „⁎e⁎p",…, „⁎e⁎x"*, wenn man, ausgehend von k beim ersten nachfolgenden „e" zu zählen beginnt**.** („⁎" steht hier abkürzend für „+" oder „-"). Die Länge L(k……x) kann man als „***Verwandtschaftsgrad***" zwischen k und x *entlang dem Suchpfad* k……x interpretieren.

Beispiel: Der Suchpfad k-e-p-e+p-e+x besteht hinter k aus **3** Zweier-Teilstrings, nämlich –e-p, –e+p und –e+x, also ist L(k, x) = **3**.

Wie aus den Beispielen in (10) hervorgeht, kann es zwischen zwei Individuen ***mehrere*** Suchpfade geben, falls im Ausschnitt G‘ *Verwandtenehen* auftreten. In **Abb.5c** gibt es z.B. zwischen q und k die Suchpfade $(q……k)_1$ = q+e+x+e+k, $(q……k)_2$ = q-e+r+e+c+e+k mit $L(q……k)_1 = 2$, $L(q……k)_2 = 3$.

(15) Ein paar Eigenschaften der Pfadlänge:
- (i) L(k……x) = L(x……k).
- (ii) L(k) =0 für jeden Nullpfad.
- (iii) Ist $x \in V^1(k)$ oder $x \in N^1(k)$ oder $x \in EP(k)$ oder $x \in GS(k)$, so ist L(k……x) = 1.
- (iv) Hat der Suchpfad x……y mit dem Suchpfad y……z nur den Knoten y gemeinsam, so ergibt die Hintereinanderschaltung von x……y und y……z wieder einen *Suchpfad* x……z, und es gilt L(x......y)+L(y……z) = L(x……z).
- (v) Spezialfall von (iv): Aus x<y<z folgt: L(x......y)+L(y……z) = L(x……z).

Beispiele. Zu (i): Ist x ein Onkel von k, so ist k Neffe/Nichte von x. Ist der Suchpfad zwischen den beiden eindeutig, so hat er in beiden Richtungen ***dieselbe*** Länge 2. **Zu (iv):** Ist x Onkel von y und y Ehepartner von z und $z \neq x$, so ist L(x……y) = 2, L(y……z)=1, also L(x……z)=2+1=3.

Im Allgemeinen ist die Suchpfadlänge L *keine* Funktion $G‘ \times G‘ \rightarrow \{0, 1, 2, …\}$, sondern L ist vom jeweiligen ***Suchpfad*** abhängig. Aus L leite ich nun eine ***Funktion*** rvg ab.

(16) **Def.:** Die Funktion **rvg : G‘×G‘ →{0, 1, 2…},** (k, x) $\mapsto$ rvg(k, x) sei definiert als die Länge eines ***kürzesten*** Suchpfades k……x zwischen k und x innerhalb G‘. rvg(k, x) heiße der **„rechnerische Verwandtschaftsgrad“** zwischen k und x. rvg(k, k) sei stets der rvg für einen *Nullpfad*, und es gilt rvg(k, k)=0.

Beispiel, vgl. wieder Abb.5c**:** Geht ein Individuum x mit seiner Cousine c ***keine*** Ehe ein (und gibt es nur ***einen*** Suchpfad zwischen x und c), so besteht zwischen x und c der rechnerische Verwandtschaftsgrad rvg(x, c) = 3. Geht aber x mit c ***eine Ehe ein***, so hat der kürzeste Suchpfad zwischen x und c die Länge 1, sodass rvg(x, c) = 1 ist.

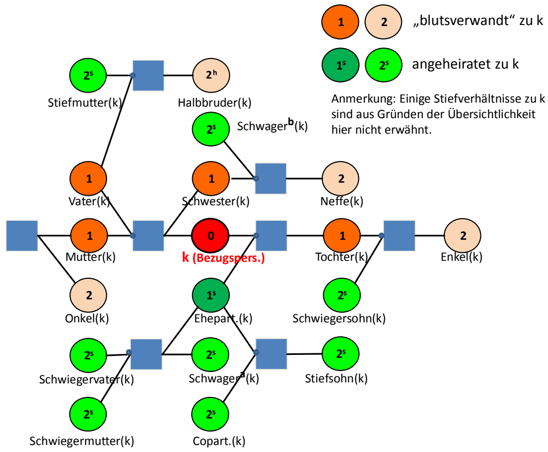
Anmerkung: Es kann *mehrere* ***kürzeste*** Suchpfade von k nach x geben. Diese haben aber die gleiche Länge; und dann hat der rvg den ***gleichen*** Wert. Vgl. z.B. Abb.5a.

3.2 Umgebungen eines Bezugsindividuums

(17) **Def.:** Die Individuenmenge **Umg(k, n) := {x∈G‘| rvg(k, x) ≤ n}** heiße „**Umgebung n-ten Grades**“ des Bezugsindividuums k; $n \in \{0, 1, 2, …\}$.

Abb.6 veranschaulicht die Umg(k, 2) eines Bezugsindividuums k, in der *keine Verwandtenehen* vorkommen. Die Grade sind in Abb.6 farblich unterschieden. rvg-Werte ohne Index deuten eine „Blutsverwandtschaft“, der Index ^{h} eine Halbverwandtschaft, der Index ^{s} eine Verschwägerung, ein Stiefverhältnis oder eine Co-Partnerschaft zum Bezugsindividuum k an.

Abb.6: Umgebung 2-ten Grades eines Bezugsindividuums **k**



3.3 Die Generationenfolge

Die Vorzeichen in einem Suchpfad sind noch zu etwas anderem gut: Mit ihnen kann man *entlang jedem Suchpfad* k…….x auch einen ***Generationsabstand*** zwischen Bezugsindividuum k und Zielindividuum x feststellen. Dazu zählen wir im Suchpfad k……x die „+" und die „-" Richtungen jeweils zusammen.

(18) **Def.:** Sei #(+; k……x) die Anzahl der „+" Richtingen, #(-; k……x) die Anzahl der „-" Richtungen im Suchpfad k……x.

(19) (i) Wegen Def.(13) für den inversen Suchpfad gilt:

#(+; k……x) = #(-; x……k) und **#(-; k……x) = #(+; x……k).**

(ii) Man stellt fest, dass mit unserer Definition des Suchpfadschemas die Differenz #(+; k……x) – #(-; k……x) stets eine ***gerade ganze Zahl*** ist.

(20) **Def.:** Der „**Generationsabstand**" zwischen Startindividuum k und Zielindividuum x ***entlang einem Suchpfad*** k……x sei die ganze Zahl

ga(k……x) := [#(+; k……x) – #(-; k……x)]/2.

(21) Wegen (13) gilt:

(i) ga(k) = 0 (k ist hier ein Nullpfad);

(ii) ga(k……x) = -ga(x……k) – Spiegelsymmetrie eines Suchpfads und seines Inversen;

(iii) ga(x……y) + ga(y……z) = ga(x……z) – sofern x……z wieder ein ***Suchpfad*** ist, der aus den Suchpfaden x……y, y……z ***zusammengesetzt*** ist.

Beispiele: (1) In k-e-p-e+x ist ga(k……x) = -1; rvg(k, x)= 2; x ist Onkel/Tante von k.
(2) In k-e-p-e+p+e+x ist ga(k……x)= 0; rvg(k, x)=3; x ist Cousin/Cousine von k.

Beachte: Auch der ga ist i.allg. *keine Funktion* G'×G' → { …-2, -1, 0, 1, 2, …}, sondern er hängt von ***Suchpfad*** ab. **Abb.5b** zeigt ein Beispiel, wo zwei *gleich lange* Suchpfade zwischen q und k *unterschiedliche* Generationsabstände ergeben: Für $(q……k)_1$ = q+e+x+e+k ergibt sich $L(q……k)_1 = 2$, $ga(q……k)_1=+2$; für $(q……k)_2$ = q+e-p+e+k ergibt sich $L(q……k)_2 = 2$, aber $ga(q……k)_2 = +1$.

Um aus dem ga eine Funktion auf G'×G' zu machen, muss ich mich auf einen *endlichen, komplettierten* Ausschnitt G' beschränken, der ***keine Verwandtenehen*** enthält. Dann gibt es höchstens *einen* Suchpfad k……x von k∈G' nach x∈G'.

(22) **Def.:** Der endliche Ausschnitt **G'** ⊂ G heiße „**einfach zusammenhängend**", wenn ***jedes*** Paar k, x∈G' durch ***genau einen Suchpfad*** k……x (bzw. den inversen Suchpfad x……k) verbunden ist.

Ist G' einfach zusammenhängend, so vermittelt der ga auf G'×G' eine *Funktion*.

(23) **Def.:** Sei G‘ *einfach zusammenhängend*. Die Funktion
rga: G‘×G‘ → { …-2, -1, 0, 1, 2,…}, (x, y) |→ rga(x, y), definiert als der ga entlang dem eindeutigen Pfad x……y, heiße der **„rechnerische Generationsabstand“** von x nach y. – Um hervorzuheben, dass die Funktion rga nur auf einem *einfach zusammenhängenden* Gebiet G‘ definierbar ist, schreiben wir statt „rga“ manchmal auch „$rga_{G'}$“.

Gegenbeispiel aus Abb.5b: Dort ist der gezeigte Ausschnitt nicht „einfach zusammenhängend“. Beide Suchpfade $(q……k)_1$ = q+e+x+e+k, $(q……k)_2$ = q+e-p+e+k sind „kürzeste“ Suchpfade der Länge 2 zwischen q und k. Aber ga$(q……k)_1$=+2; ga$(q……k)_2$ = +1. Im Ausschnitt G‘ der Abb5b. kann also ***keine*** Funktion rga definiert werden. Gleiches gilt für die Ausschnitte der Abb.5a und 5c.

(24) Ein paar Eigenschaften des rga in einem *einfach zusammenhängenden* Ausschnitt G‘:
(i) rga(x, x) = 0 (für den Nullpfad eines jeden x);
(ii) rga(x, y) = 0, wenn z.B. y∈GS(x) oder y∈EP(x);
(iii) rga(x, y) = -rga(y, x);
(iv) rga(x, y) + rga(y, z) = rga(x, z) – sofern x……z der aus den Suchpfaden x……y und y……z zusammengesetzte Suchpfad ist.

Damit können wir auf einem einfach zusammenhängenden Ausschnitt **G‘** ⊂ G eine **Generationenfolge** bezüglich eines Bezugsindividuums definieren.

(25) **Def.:** Sein G‘ einfach zusammenhängend.
(a) Die **Generation** von **k∈G‘ selbst** ist die Individuenmenge
$G'_0(k)$:= {x∈G‘ | rga(k, x) = 0}; klar ist, dass k∈$G_0(k)$ gilt
und für alle n∈ {1, 2, 3, …}:
(b) Die **n-te Vorgeneration** von k∈G ist die Individuenmenge
$G'_{-n}(k)$:= {x∈G‘ | rga(k, x) = -n};
(c) Die **n-te Nachgeneration** von k∈G ist die Individuenmenge
$G'_n(k)$:= {x∈G‘ | rga(k, x) = n}.

Aus der **Tab.1** in Kap.4.3 ersieht man, falls G‘ *einfach zusammenhängend* ist, also ***keine „Verwandtenehen“*** *wie z.B. in (10) bzw. Abb.5 vorliegen* :

$G'_0(k)$ enthält u.a.: $[k]_\eta$ die Kinderklasse, der k angehört, GS(k)⊂$[k]_\eta$ Geschwister von k, N1GSV1(k) Cousins/Cousinen von k, N2GSV2(k) Cousin/Cousine 2. Grades von k, EP(k) Ehepartner von k, CoP(k) Copartner von k, GSEP(k) und EPGS(k) Schwäger / -innen[a, b] von k, HS(k) Halbgeschwister von k, StS(k) Stiefgeschwister von k, SSw(k) Schwippschwäger/-innen von k usw. …

$G'_{-1}(k)$ enthält u.a.: $V^1(k)$ Eltern von k, GSV1(k) Onkel/Tanten von k, N1GSV2(k) Onkel/Tanten 2.Grades von k, V1EP(k) Schwiegereltern von k, GSV1EP(k) Schwieger-Großonkel/-tanten von k, CoPV1(k) Stiefeltern von k, usw. …

$G'_{-2}(k)$ enthält u.a.: $V^2(k)$ Großeltern von k, GSV2(k) Großonkel/-tanten von k, V2EP(k) Schwiegergroßeltern von k, CoPV2(k) Stiefgroßeltern von k, usw. …

$G'_{-3}(k)$ enthält u.a.: $V^3(k)$ Urgroßeltern von k, usw. …

usw. …

$G'_1(k)$ enthält u.a.: $N^1(k)$ Kinder von k, N1GS(k) Neffen/Nichten von k, N2GSV1(k) Neffen / Nichten 2.Grades von k, N3GSV2(k) Neffen / Nichten 3.Grades von k, EPN1(k) Schwiegersöhne/ -töchter von k, N1GSEP(k), N1EPGS(k) Schwiegerneffen/-nichten [a, b] von k, N1HS(k) Halbneffen/-nichten“ von k, N1CoP(k) Stiefkinder von k, N1StS(k) Stiefneffen/-nichten von k. usw. ….

$G'_2(k)$ enthält u.a.: $N^2(k)$ Enkel von k, N2GS(k) Großneffen/-nichten von k, N3GSV1(k) Großneffen/ -nichten 2.Grades von k, N4GSV2(k) Großneffen/-nichten 3. Grades von k, EPN2(k) Schwiegerenkel von k, N2GSEP(k), N2EPGS(k), Schwiegergroßneffen/-nichten [a, b] von k, N2HS(k) Halbgroßneffen/-nichten von k, N2CoP(k) Stiefenkel von k, N2StS(k) Stiefgroßneffen/-nichten von k. usw. …

G'_3(k) enthält u.a.: N^3(k) Urenkel von k, N3CoP(k) Stiefurenkel von k, N3GSEP(k) Schwieger-Urgroß-neffen/-nichten von k, … usw. …

usw. …

Wir wollen nun zeigen, dass in einen einfach zusammenhängenden Ausschnitt **G'** $\subset$G die Menge G'_0(k) gar nicht vom Bezugsindividuum k$\in$G' abhängt, sondern dass die Generationenfolge eine **Partition** des Ausschnitts G' bildet, die durch eine ***Äquivalenzrelation*** auf G' bewirkt wird.

(26) **Def.:** Sei G' *einfach zusammenhängend.* Die Relation $\sim_{G'}$, definiert für beliebige x, y$\in$G' durch **x $\sim_{G'}$ y :⇔ rga(x, y) = 0,** heiße die „**Generationenäquivalenz**". Wir lesen **„x $\sim_{G'}$ y"** als „x ist **G'-äquivalent** zu y" od. anschaulicher: „x gehört in G' **derselben Generation** an wie y".

Die Relation $\sim_{G'}$ ist eine ***Äquivalenzrelation*** auf G'.

Bew.: Reflexivität gilt wegen (24)(i): rga(x, x)=0. Symmetrie wegen (24)(iii): rga(x, y)=0 $\Rightarrow$ rga(y, x)=0. Transitivität wegen (24)(iv): rga(x, y)=0 u. rga(y, z)=0 $\Rightarrow$ rga(x, z)=0.

Die ***Äquivalenzklasse*** von $\sim_{G'}$ mit Repräsentanten x schreiben wir $[x]_{G'}$; diese nenne ich eine „**Generation**" von G'. Mit der früheren Bezeichnung gilt: **$G'_0(x) = [x]_{G'}$**, und es gilt wie üblich: $x\in[y]_{G'} \Leftrightarrow [x]_{G'} = [y]_{G'}$, sowie $x\notin [y]_{G'} \Leftrightarrow [x]_{G'} \cap [y]_{G'} = \emptyset$.

Bezogen auf einen Repräsentanten k$\in$G' bildet die Generationenfolge
…, G'_{-3}(k), G'_{-2}(k), G'_{-1}(k), $[k]_G$=G'_0(k), G'_1(k), G'_2(k), G'_3(k), …
die Gesamtheit der Generationenklassen und damit eine ***Partition*** auf **G'**. Die Quotientenmenge $G'/\sim_{G'} := \{[x]_{G'} \mid x\in G'\}$ ist dann die Menge all dieser Generationen in G'. Nimmt man einen anderen Repräsentanten x$\in$G', der nicht G'-äquivalent zum Repräsentanten k ist, so verschiebt sich einfach nur die *Nummerierung* … -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …der Generationen. Sie selbst bleiben davon „unberührt".

Beachte: Der Terminus „Generationenabstand" wird in der Literatur anders verwendet: Er wird mit Hilfe des ***Zeitfaktors*** bestimmt (der in unserem Modell **V** nicht auftritt) und bezieht sich meist nur auf Blutsverwandte eines *Bezugsindividuums*. Zitat aus Wikipedia [7]:
„Der *Generationenabstand*, die *Generationsdauer* oder die *Generationenspanne* ist der Durchschnitt der Altersdifferenz aller Kinder zu Vater oder Mutter in Jahren. Entsprechend den Unterschieden im mittleren Heiratsalter von Mann und Frau ist die Generationenspanne zum Vater in der Regel größer als zur Mutter. In der Mutterlinie ergibt sich deshalb in zehn Generationen etwa eine Generationenspanne mehr als in der Vaterlinie."

Falls G' einfach zusammenhängend ist, bekommt man mit dem *Suchpfadschema* (Kap.3.1) ein anschauliches Kriterium für die Vergleichbarkeit / Unvergleichbarkeit in der Verwandtschaftsordnung:

(27) G' sei *einfach zusammenhängend*. k, x$\in$G' sind genau dann <-***vergleichbar***, wenn der Suchpfad k……x ***nur*** „-" Zeichen oder ***nur*** „+" Zeichen enthält. (Wenn k……x sowohl „-" als auch „+" Zeichen enthält, sind k, x <-***un***vergleichbar.)

In der Ordnungstheorie – vgl. [15]/Def.4/S.2 – hat man folgende beiden Begriffe, die für unsere Zwecke nützlich sind:

(28) **Def.: (i)** Eine Teilmenge **K**$\subseteq$G' heißt eine **Kette** in (G', $\leq$), wenn alle Individuen von **K** paarweise untereinander <-vergleichbar sind, d.h. wenn für je zwei x, y$\in$**K** gilt: x$\leq$y oder y$\leq$x. **(ii)** Eine Teilmenge **A**$\subseteq$G' heißt eine **Antikette** in (G', $\leq$), wenn je zwei Individuen x, y $\in$ **A** <-**un**vergleichbar sind.

In unserem Modell haben wir für beide Begriffe eine Verwendung:

(29) G' sei wieder einfach zusammenhängend:
(i) Jeder *Suchpfad* k……x, der nur ***nur „-" Zeichen*** oder ***nur „+" Zeichen*** enthält, ist eine ***Kette*** in (G', $\leq$), denn in solch einem Suchpfad sind auch alle Zwischenglieder untereinander <-vergleichbar.
(ii) Für jedes Individuum k$\in$G' bildet die *Generation* G'_0(k))=$[k]_{G'}$ eine **Antikette** in (G', $\leq$), denn nach Def. der Generationen ist jedes von x$\in G'_0(k)=[k]_{G'}$ weder direkter Vorfahre noch

direkter Nachfahre von k; und da k nur ein Repräsentant der Generation $G'_0(k)= [k]_{G'}$ ist, gilt dies für jedes Paar x, $y\in G'_0(k)$.

(30) Die Quotientenmenge $G'/\sim_{G'}$ ist die Menge all dieser Antiketten. Die Ordnung < auf G' induziert auf $G'/\sim_{G'}$ eine ***lineare*** Ordnung $\leq_{G'}$, die einfach durch $\mathbf{G'_i(k) \leq_G G'_j(k) :\Leftrightarrow i\leq j}$ definiert ist. Wir nennen $\leq_{G'}$ die **Generationenordnung** auf dem einfach zusammenhängenden Ausschnitt **G'** $\subset$G.

3.3.1 Eine Bemerkung zu Verwandtenehen, Generationenfolge und Ahnenverlust

Die Äquivalenzrelation $\sim_{G'}$ und damit die Generationenfolge (Partition auf G') ist zunächst nur definiert, wenn der (endliche) Ausschnitt G' $\subset$G ***einfach zusammenhängend*** ist. Sowie aber G' zu einem Ausschnitt G'' erweitert wird, der eine „**Verwandtenehe**" enthält, ist G'' nicht mehr einfach zusammenhängend. Frage: gibt es im so erweiterten G'' wieder eine Generationenpartition?

Ausgehend von G' fügen wir nun eine einzige (in G' noch nicht vorhandene) „Verwandtenehe" hinzu. Diese muss nicht zwischen „Blutsverwandten" sein, sie kann auch zwischen Individuen sein, die in G' verschwägert sind oder in G' in einem Stiefverhältnis stehen. Dieses Hinzufügen beschreiben wir nun formal:

Sei G' ein *einfach zusammenhängender* Ausschnitt aus G, dargestellt in einem endlichen Graphen (G', E', K'1, K'2). k; p$\in$G' seien zwei verschiedene Individuumknoten in G'. O.B.d.A. nehmen wir an, dass in G' entweder $[p]_{G'}$ eine Vorgeneration von $[k]_{G'}$ oder p in derselben Generation wie k sei, d.h., wir nehmen $[p]_{G'}\leq_{G'}[k]_{G'}$ an. Setzen wir $G'_0(k):= [k]_{G'}$, so sei also $[p]_{G'} = G'_{-\Delta}(k)$ mit $0\leq\Delta$. Nun komme ein einziger neuer Eheknoten **e :=(p, k)** mit der neuen Kinderklasse $[f]_\eta$, also $\eta(f)$=(p, k), hinzu; zu K'1 kommen die Kanten **e**---z ($z\in[f]_\eta$) hinzu, zu K'2 kommen die neuen Kanten k---**e**, p---**e** hinzu. Der erweiterte Graph (G'', E', K''1, K''2) habe also die Komponenten G'' = G'$\cup[f]_\eta$, E'' = E'$\cup${**e**}, K''1 = K'1$\cup${**e**---z | $z\in[f]_\eta$}, K''2 = K'1$\cup${k---**e**, p---**e**}. Dann gilt der Satz:

(31) Für alle $x\in G'$: $\mathbf{ga(k\ldots\ldots x)_{neu} = rga_{G'}(k, x) + \Delta}$.
Dabei ist $rga_{G'}$ der auf dem einfach zusammenhängenden Gebiet G' gemäß Def.(23) definierbare rechnerische Generationsabstand, und $(k\ldots\ldots x)_{neu}$ ist ein Suchpfad von k nach x, der mindestens eine der neuen Kanten k---**e** oder p---**e**$\in$K''1 (oder deren Inverse) enthält.

Bew.: Sei $x\in G'$ beliebig. Nach Voraussetzung gibt es in G' einen eindeutigen Suchpfad p……x und einen eindeutigen Suchpfad x……k, also ist in G' der Suchpfad p……k die Hintereinanderschaltung von p……x und x……k, und damit $rga_{G'}(p, k)=rga_{G'}(p, x)+rga_{G'}(x, k)$. Nach Voraussetzung ist aber $rga_{G'}= \Delta$ der Generationsabstand von $[p]_{G'}=G'_{-\Delta}(k)$ nach $[k]_{G'} =G'_0(k)$. Für die neue Ehe (p, k) ist nun k+e-p der kürzeste Suchpfad von k nach p und damit ga(k+e-p)=0. Der neue Suchpfad $(k\ldots\ldots x)_{neu}$, der diesen Umweg nimmt, setzt sich zusammen aus den Suchpfaden k+e-p und p……x, also $ga(k\ldots\ldots x)_{neu}$ = ga(k+e-p)+ga(p……x) = $0+rga_{G'}(p, x)$. Daraus folgt $ga(k\ldots\ldots x)_{neu} = rga_{G'}(k, x) + \Delta$. – Q.e.d.

(32) Folgerung: Seien x, y $\in$G' zwei verschiedene Individuen einer *einfach zusammenhängenden Menge* G', zwischen denen in G' keine Ehe besteht. Gehören x, y zur gleichen Generation in G' (d.h.: Δ=0), und kommt (x, y) als neue Ehe hinzu, so gehören x, y auch danach bezüglich jedes Suchpfads zur gleichen Generation.

Beispiele und Anmerkung zum sog. „Ahnenschwund": Die **Abb.5a** und **Abb.5c** zeigen „Blutsverwandtenehen" mit Δ=0, die **Abb.5b** zeigt eine „Blutsverwandtenehe" mit Δ= 1.
Die in (31) gemeinten neu hinzukommenden „Verwandtenehen" müssen jedoch gar keine Ehen zwischen „Blutsverwandten" sein! Es kommt bei der neu hinzukommenden Ehe (p, k)$\in$E'' nur darauf an, ob $[p]_{G'} = [k]_{G'}$ oder $[p]_{G'} \neq [k]_{G'}$ ist. Da bei Hinzukommen neuer Ehen mit $\Delta\neq0$ Generationen des ursprünglichen einfach zusammenhängenden Ausschnitts G' übersprungen werden, spricht man in der Literatur von **„*Ahnenschwund*"** oder **„*Ahnenverlust*"**, vgl. [12]. In [12] sind beim Thema Ahnenschwund / Ahnenverlust aber nur Ehen zwischen *Blutsverwandten* gemeint. Auch hier ist unser Modell allgemeiner und durchgehend konsistenter; und „Ahnenschwund" kann über die Formel von Satz (31) erklärt werden.

Mit dem Schuchpfadschema können wir (27)-(29) verallgemeinern:

(33) Sei **G“** ein nicht mehr notwendig einfach zusammenhängender aber endlicher Ausschnitt aus G. Dann gilt für irgend zwei verschiedene x, y∈G“: **x < y** genau dann, wenn es einen Suchpfad x……y in G“ gibt, der nur „+“ Zeichen enthält.

Damit ist auch die Frage nach einer „Generationenpartition“ auf dem erweiterten Ausschnitt G“ := G‘∪$[f]_\eta$ beantwortet: G“ hat wieder eine Partition, nur kann diese (im Fall $\Delta\neq 0$) nicht mehr durch die ursprüngliche Äquivalenzrelation $\sim_{G'}$ definiert werden.

Anmerkung zur Integration des *Zeitfaktors* in das Modell V: Die Ordnungen < auf G bzw. $<_{G'}$ auf G‘/$\sim_{G'}$ sind noch keine „Zeitordnung“, aber sie geben doch einen Hinweis darauf, wie man den ***Zeitfaktor*** in das Modell einbringen könnte. Diese Modellerweiterung mache ich hier noch nicht, sondern behalte sie einer nächsten Note vor.

4 Verwandtschaftsfunktionen

In diesem Kapitel leiten wir aus den vier Basisfunktionen in unserem mathematischen Modell **V = (G^m, G^f, η, <)** für einen beliebigen, genügen großen aber ***einfach zuzammenhängenden, endlichen Ausschnitt*** **G‘** ⊂G die **Verwandtschaftsfunktionen** ab. Sie ordnen jedem Bezugsindividuum k∈G‘ je eine Verwandtengruppe zu. Die Verwandtengruppen bekommen die üblichen Verwandtschaftsbezeichnungen, soweit diese gebräuchlich sind. In komplexeren Fällen müssen wir „Kunstnamen“ einführen. Damit wollen wir zeigen, dass unser Modell recht gut – wenn auch nicht „vollständig“ – auf reale Verwandtschaftsnetze (bei Menschen und höheren 2-geschlechtlichen Arten) ***passt***.

Anmerkung: Eine recht ausführliche Liste für neuere und auch ältere deutsche Verwandtschaftsbezeichnungen, auch mit historischen Hinweisen, findet man in [1*].

Wenn von „***Blutsverwandtschaft***“ oder „***Verschwägerung***“ („Schwägerschaft“) oder „***Stiefverhältnis***“ gesprochen wird, ist das auf ***ein einzelnes Individuum k∈G‘*** zu beziehen. Dieses wird in der Literatur oft als „Ego“ / „Proband“ / „Testperson“ / „Bezugsindividuum“ bezeichnet. Lässt man den Hinweis auf das Bezugsindividuum weg, wie das bei Verwandtschaftsbeschreibungen oft der Fall ist [z.B. teilweise auch in den Wikipedia-Artikeln – siehe die Literatur in Kap.6], so werden solche Beschreibungen ***hoffnungslos undurchsichtig***.

Im Folgenden wird bei jeder Verwandtengruppe der ***rechnerische Verwandtschaftsgrad, rvg*** zum Bezugsindividuum **k∈G‘** angegeben; dies ist gerechtfertigt, da **G‘** als ***einfach zusammenhängend*** vorausgesetzt wird, „Verwandtenehen“ also nicht in Betracht gezogen werden. In den Abbildungen **Abb.4.x** werden die Verwandtengruppen gemäß dem Schema der **Abb.1** veranschaulicht. In jedem Individuumknoten steht der Wert des **rvg zum Bezugsindividuum k.**

Nun definieren wir mit Hilfe der Basisfunktionen die Funktionen der

- „Blutsverwandschaften“, eingeteilt in
  - * „direkte Vor- und Nachfahren“ eines Bezugsindividuums k,
  - * „Seitenlinien“ dazu,
- „Nicht- und Halb-Blutsverwandtschaften“, eingeteilt in
  - * „Verschwägerungen“ („Schwägerschaften“) eines Bezugsindividuums k,
  - * „Seitenlinien“ dazu,
- „Halbverwandtschaften“ und „Stiefverhältnisse“ eines Bezugsindividuums k.

Anmerkung zur Schreibweise der Gradbezeichnungen und Werte für den rvg(k, x):

- Bei „Blutsverwandten“ zu k nenne ich den **rvg** „*Verwandtschaftsgrad* “, und gebe die rvg-Werte mit **1, 2, …** an.
- Bei Halbverwandtschaften zu k nenne ich den **rvg** „*Halbverwandtschaftsgrad* “, und gebe die rvg-Werte mit $\mathbf{1^h}$, $\mathbf{2^h}$**, …** an.
- Bei Verschwägerungen oder Stiefverhältnissen zu k nenne ich den **rvg** „*Verschwägerungsgrad*“ bzw. „*Stiefverwandschaftsgrad* “, und gebe die rvg-Werte mit $\mathbf{1^s}$, $\mathbf{2^s}$**, …** an. Der Index ^{s} soll andeuten, dass in rvg(k, x) x ***nicht***-„blutsverwandt“ zu k ist.

Anmerkung zur Nomenklatur der Verwandtschaftsfunktionen: Beispiel **N2GSV1(k)** := $\mathbf{U}_{x\in GSV1(k)}\, N^i(x)$: Die Nomenklatur „N2GSV1(k)“ ist von mir so gewählt, wie man es in deutscher Ausdrucksweise ausspricht: „Die Nachfahren 2-ten Grades [N2] der Geschwister [GS] der Vorfahren 1-tenGrades [V1] von k“. Prozessoral versteht ***Karl Erich Wolff*** es besser, wenn man „N2GSV1(k)“ umgekehrt liest: „Gehe aus von k; bilde die Vorfahren 1-ten Grades von k [V1(k)]; nimm deren Geschwister [GS]; nimm deren Nachkommen 2-ten Grades [N2]“. – Welche Reihenfolge in der Nomenklatur der Verwandtschaftsfunktionen man wählt, ist m. E. Geschmackssache. Ich habe mich für die Sprechweise in der deutschen Sprache entschieden und will dabei bleiben.

4.1 „Blutsverwandtschaften“

Anmerkung zu „Blutsverwandtschaft“ und „Adoption“: *Verschiedene **Ehen** zeugen verschiedene **Kinder**, und ein **Kind** kann nicht zwei verschiedene **Elternpaare** haben* – das geht bereits aus unserem Modell hervor. Geht z.B. ein Individuum $p\in G^m$ mit zwei unterschiedlichen Partnern q, $q'\in G^f$ je eine Ehe ein, so sind die Kinder von (p, q) alle verschieden zu denen von (p, q‘). Damit scheint u.a. die „**Adoption**“ von Kindern in unserem Modell nicht berücksichtigt. Man kann das Modell aber auch so anwenden, dass **Adoptivkinder** *genauso behandelt* werden, als wären sie „natürliche“ Kinder, wobei aber dann die biologischen Eltern des Adoptivkindes im Modell ***nicht erwähnt*** werden können. – Daher wird in unserer Note ***Blutsverwandtschaft*** in **„….“** gesetzt.

4.1.1 Direkte Vor- und Nachfahren eines Individuums

Umgangssprachliches Statement: *Meine direkten Vorfahren sind meine Eltern, Großeltern, Urgroßeltern usw. … Meine direkten Nachfahren sind meine Kinder, Enkel, Urenkel usw.* …

Ich definiere rekursiv, was in unserem Modell bezüglich eines Bezugsindividuums **k∈G‘** „*direkte Vorfahren*“ bzw. „*direkte Nachfahren*“ von k sein sollen. Dazu verwende ich die in (2.iv) definierte Mengenschreibweise $\mu\eta(k)$ für die „Eltern“ von k.

(40) **Def.** der **direkten Vorfahren** eines Individuums k∈G‘:

$V^1(k)$ (siehe Def.(4) oben) „**Eltern**“ von k – direkte Vorfahren **1-ten Grades** von k.
$V^2(k) := \mathbf{U}_{x\in\mu\eta(k)}\, V^1(x)$ „**Großeltern**“ von k – direkte Vorfahren **2-ten Grades** von k.
$V^3(k) := \mathbf{U}_{x\in\mu\eta(k)}\, V^2(x)$ „**Urgroßeltern**“ von k – direkte Vorfahren **3-ten Grades** von k.
usw. – Allgemein für i∈{2 ,3, 4, …}:

- $V^i(k) := \mathbf{U}_{x\in\mu\eta(k)}\, V^{i-1}(x)$ **direkte Vorfahren i-ten Grades** von k.

(41) **Def.** der **direkten Nachfahren** eines Individuums k∈G‘:

$N^1(k)$ (siehe Def.(4) oben) „**Kinder**“ von k – direkte Nachfahren **1-ten Grades**.
$N^2(k) := \mathbf{U}_{x\in N^1(k)}\, N^1(x)$ „**Enkel**“ von k – direkte Nachfahren **2-ten Grades** von k.
$N^3(k) := \mathbf{U}_{x\in N^1(k)}\, N^2(x)$ „**Urenkel**“ von k – direkte Nachfahren **3-ten Grades** von k.
usw. – Allgemein für i∈{2 ,3, 4, …}:

- $N^i(k) := \mathbf{U}_{x\in N^1(k)}\, N^{i-1}(x)$ **direkte Nachfahren i-ten Grades** von k.

Abb.4.1: Direkte-Vorfahren von **k**

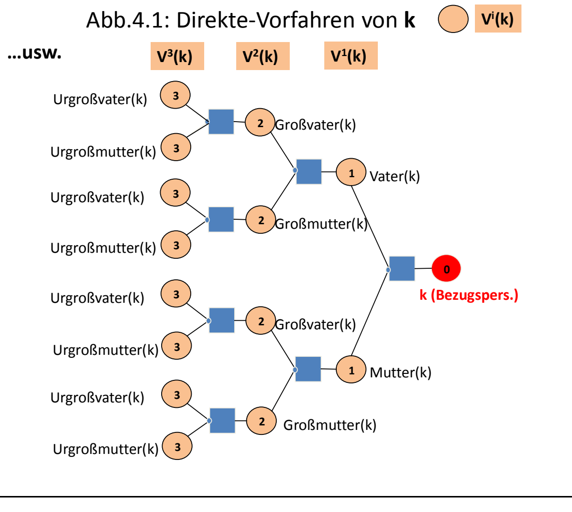
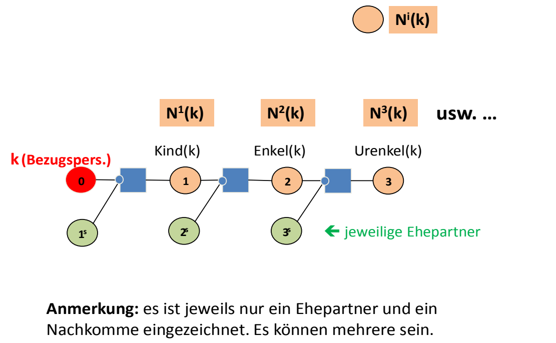


Abb.4.2: Direkte Nachfahren von **k**



Anmerkung: Die Folge …, $V^3(k)$, $V^2(k)$, $V^1(k)$, k, $N^1(k)$, $N^2(k)$, $N^3(k)$, … heißt in der traditionellen Literatur die **„gerade Linie"** der Blutsverwandtschaften von k.

4.1.2 Seitenlinien zu den direkten Vor- und Nachfahren eines Individuums

Umgangssprachliches Statement: *Meine Großonkel/-tanten „ersten u. höheren Grades", meine Onkel/Tanten „ersten u. höheren Grades", meine Geschwister, meine Cousins/Cousinen (= Vettern/Basen) „ersten u. höheren Grades", meine Neffen / Nichten „ersten u. höheren Grades", meine Großneffen/-nichten „ersten u. höheren Grades" usw. … sind nicht meine direkten Vor- oder Nachfahren. Ich bezeichne sie kurz als meine „Blutsverwandten auf den Seitenlinien".*

Um diese im mathematischen Modell zu definieren, gehe ich aus von der Menge
GS(k) der ***Geschwister*** eines Bezungsindividuums **k∈G'**
– siehe Def.(4). – Verw.grad 1 zu k.

Anmerkung: Der Verwandtschaftsgrad eines Geschwisters zu k ist **1**. In Wikipedia [1] (vgl. Abb.2) wird er mit 2° angegeben, und das finde ich etwas *inkonsequent*!

Daraus können nun alle „Blutsverwandten" des Probanden k in den „***Seitenlinien***" als direkte Nachfahren von ***Geschwistern***, bzw. von ***Geschwistern*** direkter Vorfahren von k, definiert werden.

(42) **Def.** der **„Seitenlinien"** eines Individuums k∈G':

GSV1(k) := $\bigcup_{x\in V^1(k)} GS(x)$ „**Onkel / Tanten**" von k
Das sind die Geschwister d. Eltern von k – Verw.grad 2 zu k

GSV2(k) := $\bigcup_{x\in V^2(k)} GS(x)$ „**Großonkel/-tanten**" von k
Das sind die Geschw. d. Großeltern von k – Verw.grad 3 zu k

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- GSV**i**(k) := $\bigcup_{x\in V^i(k)} GS(x)$ **Seiten-Vorfahren (i+1)-ten Grades** von k
  Das sind die Geschwister der direkten Vorfahren i-ten Grades von k – Verw.grad i+1 zu k

N1GS(k) := $\bigcup_{x\in GS(k)} N^1(x)$ „**Neffen / Nichten**" (= Vettern/Basen) von k
Das sind die Kinder der Geschwister von k – Verw.grad 2 zu k

N2GS(k) := $\bigcup_{x\in GS(k)} N^2(x)$ „**Großneffen /-nichten**" von k
Das sind die Enkel der Geschwister von k – Verw.grad 3 zu k

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- N**i**GS(k) := $\bigcup_{x\in GS(k)} N^i(x)$ **Seiten-Nachfahren (i+1)-ten Grades** von k
  Das sind die direkten Nachfahren i-ten Grades der Geschwister von k. – Verw.grad i+1 zu k

Abb.4.3: Seiten-Vorfahren von **k**

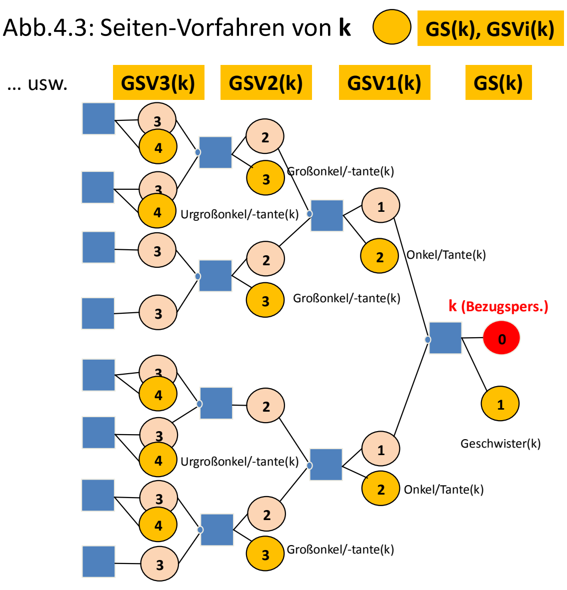
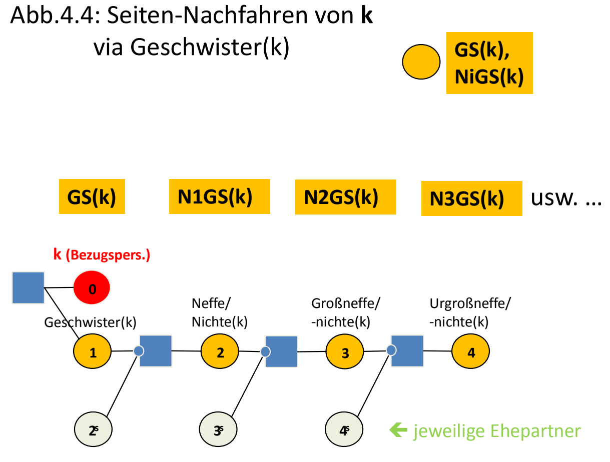


Abb.4.4: Seiten-Nachfahren von **k**
via Geschwister(k)



Anmerkung: Es ist jeweils nur ein Geschwister, nur ein Geschwisternachfahre und nur ein Ehepartner eingezeichnet.

$N1GSV1(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV1(k)} N^1(x)$ „**Cousins / Cousinen**“ (= „Vettern/Basen“) von k
Das sind die Kinder der Onkel/Tanten von k – Verw.grad 3 zu k

$N2GSV1(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV1(k)} N^2(x)$ „**Neffen/Nichten** *2-ten Grades*“ von k
Das sind die Enkel der Onkel/Tanten von k – Verw.grad 4 zu k

$N3GSV1(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV1(k)} N^3(x)$ „**Großneffen/-nichten** *2-ten Grades* “ von k
Das sind die Großenkel der Onkel/Tanten von k – Verw.grad 5 zu k

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- $NiGSV1(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV1(k)} N^i(x)$ **Seiten-Nachfahren (i+2)-ten Grades** von k
  Das sind die direkten Nachfahren i-ten Grades der Onkel/Tanten von k. – Verw.grad i+2 zu k

$N1GSV2(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV2(k)} N^1(x)$ „**Onkel / Tanten** ‚*2-ten Grades*‘ “ von k
Das sind die Kinder der Großonkel/-tanten von k – Verw.grad 4 zu k

$N2GSV2(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV2(k)} N^2(x)$ „**Cousins / Cousinen** ‚*2.Grades*‘ “
Das sind die Enkel der Großonkel/-tanten von k – Verw.grad 5 zu k

$N3GSV2(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV2(k)} N^3(x)$ „**Neffen/Nichten** ‚3-ten Grades‘ “ von k
Das sind die Urenkel der Großonkel/-tanten von k – Verw.grad 6 zu k

$N4GSV2(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV2(k)} N^4(x)$ „**Großneffe/ Großnichte** ‚*3. Grades*‘ “ von k
Das sind die Ur-urenkel der der Urgroßonkel/-tanten von k – Verw.grad 7 zu k

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- $NiGSV2(k) := \mathbf{U}_{x\in GSV2(k)} N^i(x)$ **Seiten-Nachfahren (i+3)-ten Grades** von k
  Das sind die direkten Nachfahren i-ten Grades der Großonkel/-tanten von k – Verw.grad i+3 zu k

usw. – Allgemein für i, j ∈ {1, 2, 3, …}:

- $\mathbf{NiGSVj(k) := U_{x\in GSVj(k)} N^i(x)}$ **direkte Nachfahren i-ten Grades der Geschwister der direkten Vorfahren j-ten Grades von k.**
  – Verwandtschaftsgrad i+j zu k

Abb.4.5: Seiten-Nachfahren von **k** via Onkel/Tante(k)

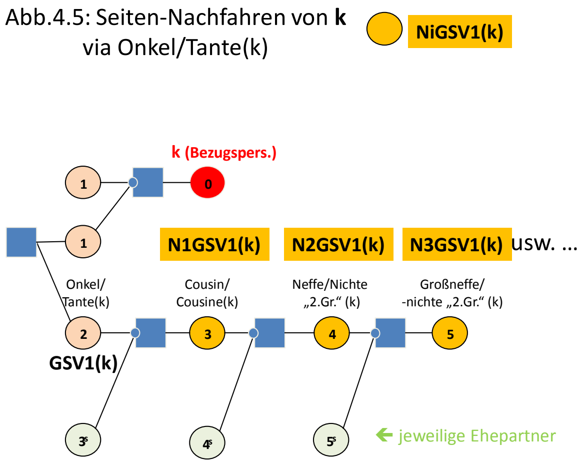
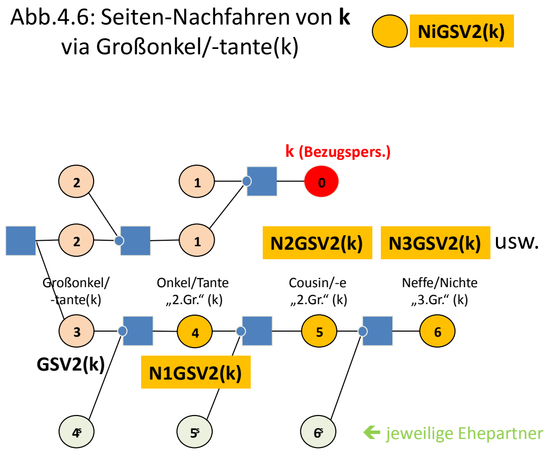


Abb.4.6: Seiten-Nachfahren von **k** via Großonkel/-tante(k)



4.2 Nicht- und Halb-Blutsverwandtschaften

4.2.1 Verschwägerungen eines Individuums

Umgangssprachliches Statement: *Der Ehemann meiner Schwester ist mein „Schwager". Aber auch der Bruder meiner Ehefrau heißt mein „Schwager" (!). Die Eltern meiner Ehefrau sind meine „Schwiegereltern". Den Bruder des Ehemanns meiner Schwester nennt man meinen „Schwippschwager"; man nennt manchmal auch die Eltern des Ehemanns meiner Schwester meine „Schwippschwiegereltern". All die genannten verschwägerten Verwandten sind „**angeheiratet**" aber **nicht** „blutsverwandt" mit mir.*

Anmerkung: Der Gebrauch des Wortes „Schwager" und des Wortteils „schwieger…" ist nicht einheitlich. In Wikipedia [4] werden Schwägerschaften rein verbal (ohne Formeln), recht langatmig, mit unbeholfenen Diagrammen – und damit etwas undurchsichtig – beschrieben, besonders weil ***nicht immer klar die Bezugsperson k hervorgehoben wird.*** „Schwager", zum Beispiel, bekommt dort zwei ***ganz verschiedene*** Bedeutungen:

(a) Schwager^a von k : ein Geschwister des Ehepartners von k.
(b) Schwager^b von k : der Ehepartner eines Geschwisters von k.

Dies und Ähnliches wollen wir in unserem Modell systematischer, vollständiger und kürzer formulieren, als es in Wikipedia beschrieben ist. Dies bedingt, dass wir teilweise etwas „künstlich" klingende (weil wenig gebräuchliche) Verwandtschaftsbezeichnungen einführen müssen. Wichtig ist wieder, dass die Bezeichnungen stets auf ein **Bezugsindividuum k∈G'** bezogen sind.

Wir gehen aus von der Menge **EP(k)** der **Ehepartner** von k – wie oben in **Def.(4).** – Verschwägerungsgrad zu k ist 1^s. Wenn $k\in G^m$, dann $EP(k)\subseteq G^f$. Wenn $k\in G^f$, dann $EP(k)\subseteq G^m$. EP(k) dient – zusammen mit den vorangegangenen Definitionen – zur Definition der *„direkten Schwieger-Vor- und –Nachfahren"*, den sog. *„Seitenverschwägerungen"*, sowie den sog. „*Halbverwandtschaften*" und *„Stiefverhältnissen"* eines Individuums k∈G'.

(43) **Def.** der „**direkten Schwieger-Vorfahren"** eines Individuums k∈G':

Das sind die direkten Vorfahren der Ehepartner von k.

V1EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}\ V^1(x)$ „**Schwiegereltern**" von k – Verschwägerungsgrad 2^s zu k

V2EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}\ V^2(x)$ „**Schwieger-Großeltern**" von k – Verschwägerungsgrad 3^s.
Das sind die Großeltern der Ehepartner von k

usw. – Allgemein für i∈{1, 2 ,3, …}:

- V**i**EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}\ V^i(x)$ **direkte Schwiegervorfahren $(i+1)^s$-ten Grades von k.**
  Das sind die direkten Vorfahren **i-ten** Grades der Ehepartner von k – Verschwägerungsgrad $(i+1)^s$ zu k.

(44) **Def.** der „**direkten Schwieger-Nachfahren**" eines Individuums k∈G':

Das sind die Ehepartner direkter Nachfahren von k

EPN1(k) := $\mathbf{U}_{x\in N1(k)}\ EP(x)$ „**Schwiegersöhne/-töchter**" von k
Das sind die Ehepartner der Kinder von k
– Verschwägerungsgrad 2^s zu k

EPN2(k) := $\mathbf{U}_{x\in N2(k)}\ EP(x)$ „**Schwiegerenkel**" von k – Verschwägerungsgrad 3^s zu k
Das sind die Ehepartner der Enkel von k

usw. – Allgemein für i∈{1, 2 ,3, …}:

- EPN**i**(k) := $\mathbf{U}_{x\in Ni(k)}\ EP(x)$ **direkte Schwieger-Nachfahren" $(i+1)^s$-ten Grades von k –** Verschwägerungsgrad $(i+1)^s$ zu k.

Abb.4.7: Direkte Schwieger-Vorfahren von **k**

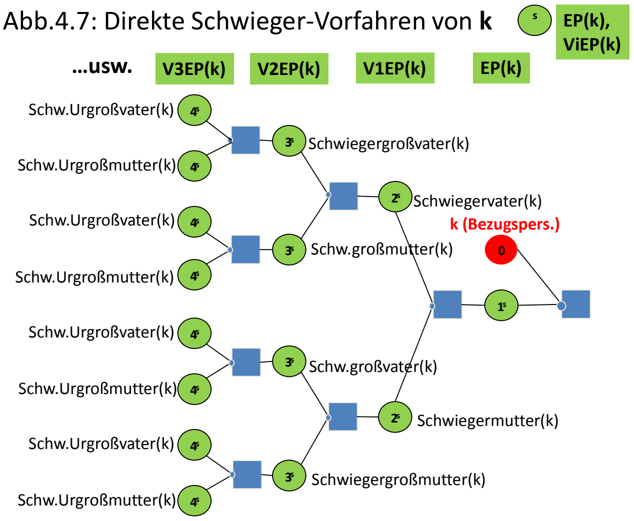
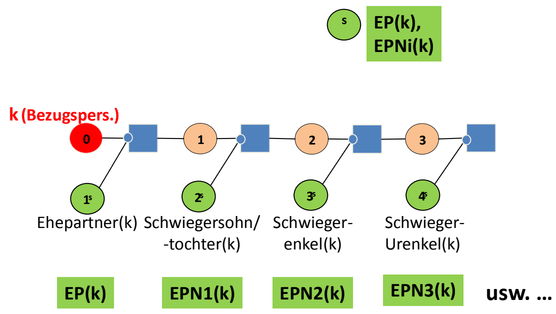


Abb.4.8: Direkte Schwieger-Nachfahren von **k**



Anmerkung: es ist jeweils nur ein Ehepartner und nur ein Nachkomme eingezeichnet. Es können mehrere sein.

Bei den „Seiten-Verschwägerungen" müssen wir wegen der beiden verschiedenen oben angegebenen Bedeutungen „Schwager$^{\mathbf{a}}$ von k", „Schwager$^{\mathbf{b}}$ von k" zwischen *zwei* „Seitenlinien" unterscheiden.

(45a) **Def.** der **„Seiten-Verschwägerungen$^{\mathbf{a}}$"** eines Individuums von k∈G':
Das sind die ***Geschwister*** oder die Seiten-Vorfahren der Ehepartner von k

GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$ GS(x) „**Schwäger/Schwägerinnen$^{\mathbf{a}}$**" von k
Das sind die Geschwister der Ehepartner von k.
– Verschwägerungsgrad 2^s zu k

GSV1EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$GSV1(x) „**Schwiegeronkel/-tanten$^{\mathbf{a}}$**" von k – Verschw.grad 3^s zu k
Das sind die Onkel/Tanten des Ehepartners von k

GSV2EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$GSV2(x) „**Schwiegergroßonkel/-tanten$^{\mathbf{a}}$**" von k – Verschw.grad 4^s
Großonkel/-tanten der Ehepartner von k

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- GSV**i**EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$ GSVi(x) „**Seiten-Schwieger-Vorfahren$^{\mathbf{a}}$**" (i+2)^s-ten Grades" von k.

N1GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x\in GSEP(k)}$ $N^1(x)$ „**Schwiegerneffen/-nichten$^{\mathbf{a}}$**" von k
Das sind die Kinder der Geschwister der Ehepartner von k,
– Verschwägerungsgrad 3^s zu k

N2GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x\in GSEP(k)}$ $N^2(x)$ „**Schwiegergroßneffen / -nichten$^{\mathbf{a}}$**" von k
Das sind die Enkel der Geschwister der Ehepartner von k
– Verschwägerungsgrad 4^s zu k

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- N**i**GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x\in GSEP(k)}$ $N^i(x)$ „**Seiten-Schwieger-Nachfahren$^{\mathbf{a}}$**" (i+2)^s-ten Grades von k. Das sind die direkten Nachfahren i-ten Grades der Schwäger/Innen$^{\mathbf{a}}$ von k

Abb.4.9: Seiten-Schwieger-Vorfahren[a] von **k**

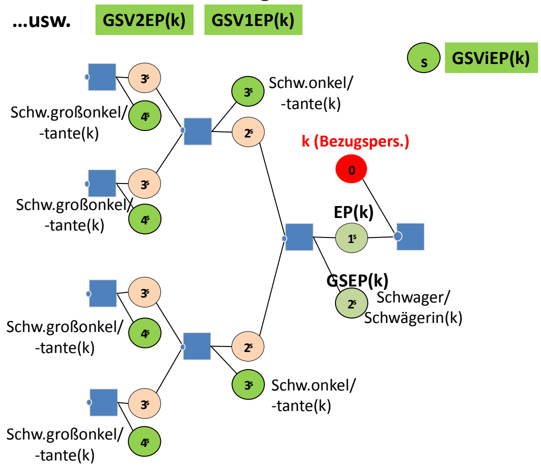
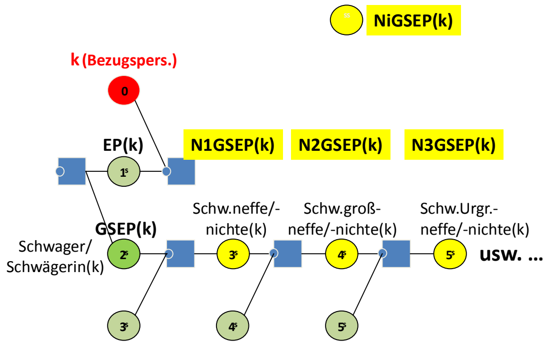


Abb.4.10: Seiten-Schwieger-Nachfahren[a] von **k**



Anmerkung: es ist jeweils nur ein Ehepartner und ein Nachkomme eingezeichnet. Es können mehrere sein.

(45b) **Def.** der **„Seiten-Verschwägerungen[b]"** eines Individuums von k∈G':

Das sind die Ehepartner der Geschwister von k und deren direkte ***Vorfahren***.
– Zu deren direkten ***Nachfahren*** siehe aber die **Anmerkung (*)!**

EPGS(k) := $\mathbf{U}_{x\in GS(k)}$EP(x) „**Schwäger/Schwägerinnen**[b]" von k
Das sind die Ehepartner der Geschwister von k.
– Verschwägerungsgrad 2^s zu k

V1EPGS(k) := $\mathbf{U}_{x\in GS(k)}$V1EP(x) „**Schwieger-Onkel/-Tanten**[b]" von k – Verschw.grad 3^s zu k
Das sind die Onkel/Tanten des Ehepartners von k

V2EPGS(k) := $\mathbf{U}_{x\in GS(k)}$V2EP(x) „**Schwieger-Großonkel/-tanten**[b]" von k – Verschw.grad 4^s
Das sind die Onkel/Tanten des Ehepartners von k

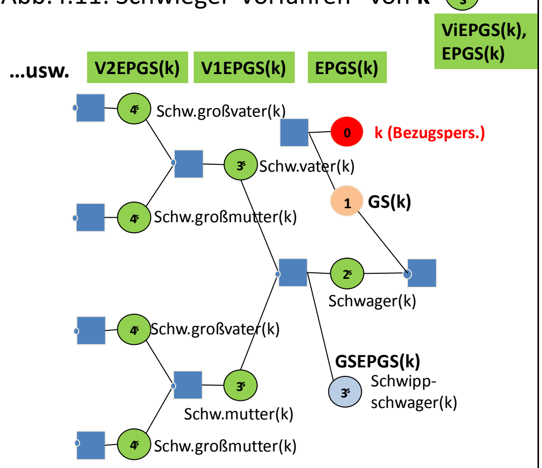
usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- ViEPGS(k) := $\mathbf{U}_{x\in GS(k)}$ViEP(x) „**Seiten-Schwieger-Vorfahren**[b]" $(i+2)^s$-ten Grades" von k. Das sind die direkten Vorfahren i-ten Grades der Schwäger/-innen[b] von k – Verschw.grad $(i+2)^s$ zu k

(46) **Def.** der „**Schwippschwäger/-innen**" von k
SSw(k) := GSEPGS(k) := $\mathbf{U}_{x\in EPGS(k)}$GS(x) – Verschw.grad 3^s zu k
Das sind die Geschwister der Schwäger/Schwägerinnen[b] von k

usw. …

Abb.4.11: Schwieger-Vorfahren[b] von **k**



Anmerkung (*): Wollte man auch „Schwieger-*Nachkommen*[b]" definieren, so bietet sich scheinbar die Definition NiEPGS(k) := $\mathbf{U}_{x\in GS(k)}$NiEP(x) an. Dann gilt aber NiGS(k) ⊆ NiEPGS(k), denn die Nachkommen eines Individuums x sind auch Nachkommen seiner Ehepartner. Die Verwandtengruppen NiGS(k) haben wir aber schon in Def.(42) abgehandelt (vgl. Abb.4.4). Die „Restmengen" NiEPGS(k) \ NiGS(k), sofern sie nicht leer sind, bestehen jedoch aus Individuen, die zu den x∈NiGS(k), und damit zu k selbst, ein *Stiefverhältnis* haben. ***Stiefverhältnisse*** behandeln wir aber erst in Kap.4.2.2.

Daher entfällt die Gruppe „Schwieger-*Nachkommen*[b]".

U.V.A.M …….

Anmerkung: Man kann auf diese Weise zum Bezugsindividuum k noch beliebig viele weitere („fernere“) Schwägerschaften definieren. Dazu gibt es in der Umgangssprache keine spezifischen Namen mehr.

4.2.2 Halbverwandtschaften und Stiefverhältnisse eines Individuums

Umgangssprachliches Statement: *Der Sohn meines Vaters, den er mit einer anderen Frau als meiner Mutter gezeugt hat, ist mein „Halbbruder“. Jene andere Frau ist meine „Stiefmutter“. Zu ihren „Blutsverwandten“ – mit Ausnahme meines Halbbruders und dessen direkten Nachkommen – habe ich ein „Stiefverhältnis“. Mein Halbbruder und dessen direkte Nachfahren sind „Halbverwandte“ von mir.*

Dies und Ähnliches wollen wir in unserem Modell formalisieren. Wir gehen wieder aus von einem ***Bezugsindividuum* k∈G** mit $\eta(k) = (p, q)$ und nehmen an, dass wenigstens ein Elternteil von k eine Ehe mit noch wenigstens einem anderen Partner eingegangen ist: Es gebe also $x \notin \mu\eta(k)$ mit $(p, x) \in E$ oder $(x, q) \in E$.

Anmerkung: Die Bezeichnungen für Halbverwandtschaften und Stiefverhältnissen, besonders in den ‚höheren Graden‘, sind in der Literatur nicht einheitlich. Die hier notierten Bezeichnungen sind *systematisch* aber in den höheren Graden „*künstlich*“, da nicht überall im Gebrauch. Am besten, man orientiert sich auch hier hauptsächlich an den ***Formeln***.

(47) **Def.** der **Halbverwandtschaften** des Bezugsindividuums k.

Anmerkung: Bei der Def. der *Halbverwandtschaften* halte ich mich im Wesentlichen an die Definitionen in **Wikipedia [1].** Ich habe aber auch andere Definitionen gefunden, die etwas davon abweichen.

HS(k) := $\mathbf{U}_{x\in V^1(k)} N^1(x) \setminus [k]_\eta$ „**Halbgeschwister**“ von k – Halbverw.grad 2^h zu k.
Das sind die nicht zur Kinderklasse $[k]_\eta$ gehörigen Kinder der Eltern von k.

HSV1(k) := $\mathbf{U}_{x\in V^1(k)} HS(x)$ „**Halbonkel/-tanten**“ von k – Halbverw.grad 3^h zu k.
Das sind die Halbgeschwister der Eltern von k.

HSV2(k) := $\mathbf{U}_{x\in V^2(k)} HS(x)$ „**Halbgroßonkel/-tanten**“ von k – Halbverw.grad 4^h zu k.
Das sind die Halbgeschwister der Großeltern von k.

N1HSV1(k):= $\mathbf{U}_{x\in HSV1(k)} N1(x)$ „**Halbcousins/-cousinen**“ von k – Halbverw.grad 4^h zu k.
Das sind die Kinder der Halbonkel/-tanten von k.

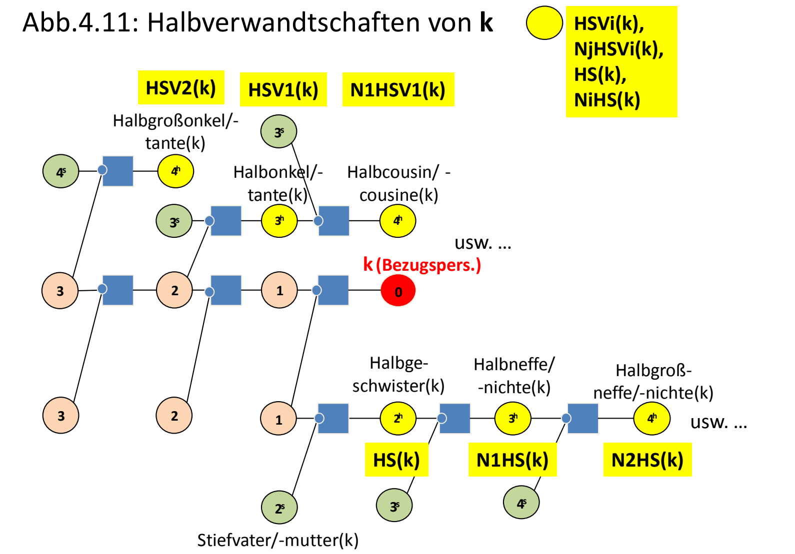
N1HS(k) := $\mathbf{U}_{x\in HS(k)} N^1(x)$ „**Halbneffen/-nichten**“ von k – Halbverw.grad 3^h zu k
Das sind die Kinder der Halbgeschwister von k

N2HS(k) := $\mathbf{U}_{x\in HS(k)} N^2(x)$ „**Halbgroßneffen/-nichten**“ von k – Halbverw.grad 4^h zu k
Das sind die Enkel der der Halbgeschwister von k

usw. – Allgemein für $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$:

- HSVi(k) := $\mathbf{U}_{x\in V^i(k)} HS(x)$ **Halbgeschwister der dir. Vorfahren i-ten Grades** von k – Halbverwandtschaftsgrad $(i+2)^h$ zu k.
- NiHS(k) := $\mathbf{U}_{x\in HS(k)} N^i(x)$ **dir. Nachfahren i-ten Grades der Halbgeschwister** von k – Halbverwandtschaftsgrad $(i+2)^h$ zu k

Abb.4.11: Halbverwandtschaften von **k**



(48) **Def.** der **„direkten“ Siefverhältnisse** des Bezugsindividuums k.

Anmerkung: Bei der Def. der *Stiefverhältnisse* halte ich mich im Wesentlichen an die Definitionen in **Wikipedia [1].** Ich habe aber auch andere Definitionen gefunden, die etwas davon abweichen. Manchmal gehen die „Stief“-Bezeichnungen fließend über in „Verschwägerungs“-Bezeichnungen.

. **CoP(k)** := $\mathbf{U}_{x \in EP(k)}$ **EP(x) \ {k}**. „**Copartner**“ von k – Siefverwandtschaftsgrad 2^s zu k.
Das sind die von k verschiedenen Ehepartner eines Ehepartners von k. Die Bezeichnung „Copartner“ stammt von mir, um Formulierungen abzukürzen. Für ein x∈CoP(k) ist entweder k, x∈G^m oder k, x∈G^f

CoPV1(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^1(k)}$CoP(x) „**Stiefvater/-mutter“** von k – Stiefverwandtschaftsgrad 3^s zu k (abkürzend auch „Stiefeltern“ genannt).
Das seien die Copartner der eines Elternteils von k.

Anmerkung: Ist x∈CoPV1(k) und y∈EP(x) \ V^1(k), so zähle ich auch y zu den „Stiefeltern“ von k; in diesem Fall ist rvg(k, y) = 2^s und nicht 3^s – vgl. auch unten in **Abb.4.11**.

CoPV2(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^2(k)}$CoP(x) „**Stiefgroßvater/-mutter**“ von k – Stiefverw.grad 3^s zu k.
(abkürzend auch „Stiefgroßeltern“ genannt).
Das seien die Copartner eines Großelternteils von k.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- CoPVi(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^i(k)}$CoP(x) „**direkte Stief-Vorfahren“** von k – Stiefverw.grad $(i+1)^s$ zu k
Das sind die Copartner der dir.Vorfahren i-ten Gr. von k.

N1CoP(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoP(k)}$ N^1(x) „**Stiefkinder**“ von k – Stiefverwandtschaftsgrad mind. 2^s zu k.
Das sind die Kinder des Copartners von k.

CoPN1(k) := $\mathbf{U}_{x \in N^1(x)}$ CoP(x) „**Stief-Schwiegerkind**“ von k – Stiefverw.grad 3^s zu k.
Das sind die Copartner der Kinder von k.

N1CoPN1(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPN1(k)}$ N^1(x) „**Stiefenkel**” von k – Stiefverw.grad 3^s zu k.
Das sind die Kinder des Copartners der Kinder von k.

CoPN2(k) := $\mathbf{U}_{x \in N^2(x)}$ CoP(x) „**Stief-Schwiegerenkel**“ von k – Stiefverw.grad 3^s zu k.
Das sind die Copartner der Kinder von k.

N1CoPN2(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPN2(k)}$ N^1(x) „**Stiefurenkel**“ von k – Stiefverwadtschaftsgrad 4^s zu k.
Das sind die Kinder der Copartner der Enkel von k.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- N1CoPN**i**(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPNi(k)}$ N^1(x) „**Stiefur…urenkel**“ von k – Stiefverw.grad $(i+2)^s$ zu k.
Das sind die Kinder der Copartner der direkten Nachfahren i-ten Grades von k.

(49) **Def.** der „**Seiten-Stiefverhältnisse**“ des Bezugsindividuums k:

Anmerkung: „Seiten-Stiefverhältnisse“ zu k sind in Wikipedia [1] nicht erwähnt. Ich definiere sie dadurch, dass ich von **StS(x)** statt von GS(x) ausgehe.

- **StS(k)** := $\bigcup_{x\in CoPV1(k)} N^1(x) \setminus HS(k)$ „**Stiefgeschwister**“ von k – Stiefverw.grad 3^s zu k. Das sind die Kinder der „Stiefeltern“ von k, die *nicht* Halbgeschwister von k sind.

EPSTS(k) := $\bigcup_{x\in StS(k)} EP(x)$ „**Stiefschwäger/-innen“** von k – Stiefverw.grad 4^s zu k. Das sind die Ehepartner der Stiefgeschwister von k.

GSCoPV1(k) := $\bigcup_{x\in CoPV1(k)} GS(x)$ „**Stiefonkel/-tanten**“ von k – Stiefverw.grad 4^s. Das sind die Geschwister der „Stiefeltern“ von k.

GSCoPV2(k):= $\bigcup_{x\in CoPV2(k)} GS(x)$ „**Stiefgroßonkel/-tanten**“ von k – Stiefverw.grad 5^s zu k. Das sind die Geschwister der Copartner der Großeltern von k.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- GSViCoPV1(k) := $\bigcup_{x\in CoPV1(k)} GSVi(x)$ „**Seiten-Stief-Vorfahren**“ von k – Stiefvw.grad $(i+4)^s$ zu k. Das sind die Geschwister der direkten Vorfahren i-ten Grades der Stiefeltern von k

N1StS(k) := $\bigcup_{x\in StS(k)} N^1(x)$ „**Stiefneffen/-nichten**“ von k – Stiefverw.grad 4^s zu k Das sind die Kinder der Stiefgeschwister von k

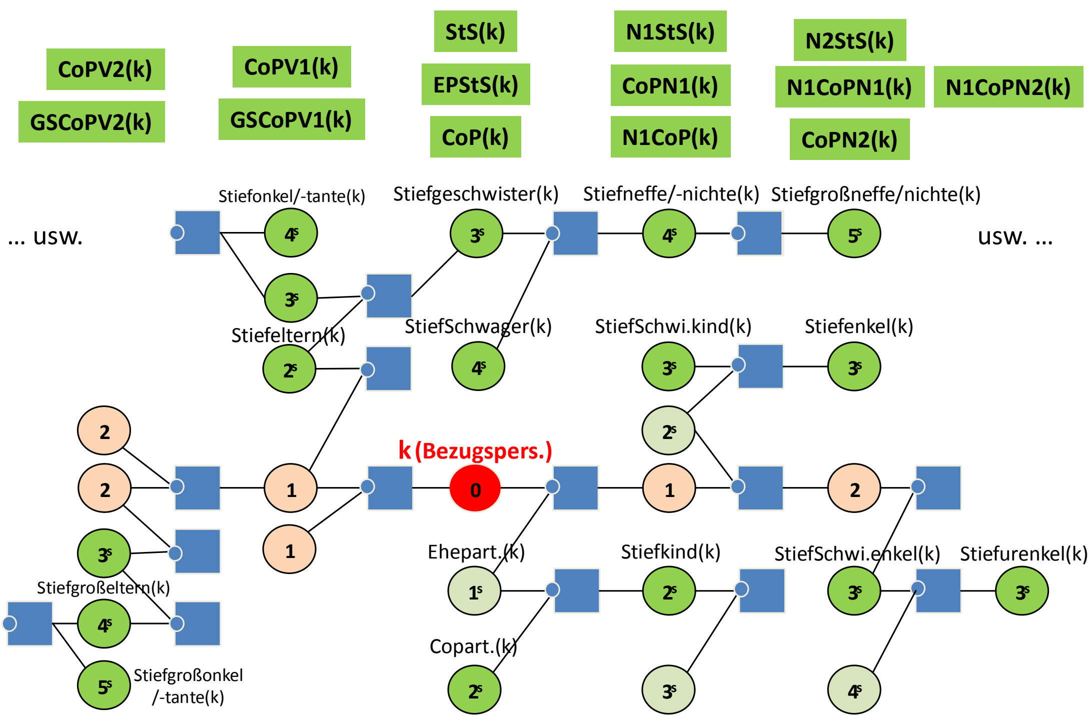
N2StS(k) := $\bigcup_{x\in StS(k)} N^2(x)$ „**Stiefgroßneffen/-nichten**“ von k – Stiefverw.grad 5^s zu k Das sind die Enkel der Stiefgeschwister von k.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- NiStS(k) := $\bigcup_{x\in StS(k)} N^i(x)$ „**Seiten-Stief-Nachfahren**“ von k – Stiefvw.grad $(i+3)^s$ zu k Das sind die direkten Nachfahren i-ten Grades der Stiefgeschwister von k.

Abb.4.12: Stiefverhältnisse von **k**

Personen mit keinem oder ungeläufigem oder unbenanntem Stiefverhältnis zu k



U.V.A.M.……

Anmerkung: Man kann auf diese Weise zum Bezugsindividuum k noch beliebig viele weitere („fer-nere“) Stiefverhältnisse definieren. Dazu gibt es in der Umgangssprache keine spezifischen Namen mehr.

4.3 Übersichtstabelle

Tab.1: Bestimmung der **Suchpfade k…….x ,** der **rvg(k, x)**, und der **rga(k, x)** ausgehend von einem Bezugsindividuumknoten **k∈G‘** und endend bei einem Zielknoten **x∈G‘,** wobei **G‘** als ein ***einfach zusamenhängender,*** komplettierter Ausschnitt aus G vorausgesetzt sei:

Such-Pfad k……….x Bezug ……..Ziel	**Verwandtschafts-typname von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg(k, x)**	„Grad“ in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga(k, x)**
k……k (ein ***Nullpfad***)	Bezugsindividuum k selbst	–	**0**	0°	**0**
k-e-x	„Eltern“ von k	$V^1(k)$	**1**	1°	**-1**
k-e-p-e-x	„Großeltern“ von k	$V^2(k)$	**2**	2°	**-2**
k-e-p-e-p-e-x	„Urgroßeltern“ von k	$V^3(k)$	**3**	3°	**-3**
Usw. …					
k+e+x	„Kind“ von k	$N^1(k)$	**1**	1°	**1**
k+e+p+e+x	**„Enkel“ von k**	$\mathbf{N^2(k)}$	**2**	2°	**2**
k+e+p+e+p+e+x	„Urenkel“ von k	$N^3(k)$	**3**	3°	**3**
Usw. …					
k-e+x	„Geschwister“ von k	GS(k)	**1**	2°	**0**
k-e+p+e+x	„Neffe/Nichte“ von k	N1GS(k)	**2**	3°	**1**
k-e+p+e+p+e+x	„Großneffe/-nichte“ von k	N2GS(k)	**3**	4°	**2**
Usw. …					
k-e-p-e+x	„Onkel/Tante“ von k	GSV1(k)	**2**	3°	**-1**
k-e-p-e-p-e+x	„Großonkel/-tante“ von k	GSV2(k)	**3**	3°	**-2**
Usw.					
k-e-p-e+p+e+x	„Cousin/Cousine“ von k	N1GSV1(k)	**3**	4°	**0**
k-e-p-e+p+e +p+e+x	„Neffe/Nichte 2. Grades“ von k	N2GSV1(k)	**4**	5°	**1**
k-e-p-e+p+e +p+e+p+e+x	„Großneffe/ -nichte 2.Grades“ von k	N3GSV1(k)	**5**	6°	**2**
Usw. …					

Such-Pfad k..........x Bezug ....Ziel	**Verwandtschafts-typname von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg(k, x)**	„Grad“ in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga(k, x)**
k-e-p-e-p-e+p +e+x	„Onkel/Tante 2. Grades“ von k	N1GSV2(k)	**4**	5°	**-1**
k-e-p-e-p-e+p +e+p+e+x	„Cousin/Cousine 2. Grades” von k	N2GSV2(k)	**5**	6°	**0**
k-e-p-e-p-e+p +e+p+e+p+e+x	„Neffe/ Nichte 3. Grades“ von k	N3GSV2(k)	**6**	7°	**1**
k-e-p-e-p-e+p +e+p+e+p+e+p+ e+x	„Großneffe/-nichte 3. Grades“ von k	N4GSV2(k)	**7**	8°	**2**
Usw. …					
k+e-x	Ehepartner von k	EP(k)	**1^s**	-	**0**
k+e-p-e-x	„Schwiegereltern“ von k	V1EP(k)	**2^s**	-	**-1**
k+e-p-e-p-e-x	„Schwiegergroß-eltern“ von k	V2EP(k)	**3^s**	-	**-2**
Usw. …					
k+e+p+e-x	„Schwiegersohn/ -tochter“ von k	EPN1(k)	**2^s**	-	**1**
k+e+p+e+p+e-x	„Schwiegerenkel“ von k	EPN2(k)	**3^s**	-	**2**
Usw. …					
k+e-p-e+x	„Schwager /Schwä-gerin“ [a] von k	GSEP(k)	**2^s**	-	**0**
k+e-p-e-p-e+x	„Schwiegeronkel /-tante“ [a] von k	GSV1EP(k)	**3^s**	-	**-1**
k+e-p-e-p-e-p-e+x	„Schwiegergroßon-kel/-tante“ [a] von k	GSV2EP(k)	**4^s**	-	**-2**
Usw. …				-	
k+e-p-e+p+e+x	„Schwiegerneffe/-nichte“ [a] von k	N1GSEP(k)	**3^s**	-	**1**
k+e-p-e+p+e+p +e+x	„Schwiegergroß-neffe/-nichte“[a] von k	N2GSEP(k)	**4^s**	-	**2**
k-e+p+e-x	„Schwager/Schwä-gerin“ [b] von k	EPGS(k)	**2^s**	-	**0**
k-e+p-e-p-e+x	Schwippschwager/-schwägerin von k	SSw(k)	**3^s**	-	**0**
k-e+p+e-x-e-x	„Schwiegeronkel/-tante“ [b] von k	V1EPGS(k)	**3^s**	-	**-1**

Such-Pfad k……….x Bezug ……..Ziel	**Verwandtschafts-typname von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg(k, x)**	„Grad“ in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga(k, x)**
k-e+p+e-x-e-p -e-x	„Schwiegergroß-onkel/-tante“[b] von k	V2EPGS(k)	**4^s**	-	**-2**
Usw. …					
k-e+p+e-p+e+x	„Schwiegerneffe/-nichte“[b] von k	N1EPGS(k)	**3^s**	-	**1**
k-e+p+ep+e+p +e+x	„Schwiegergroß-neffe/-nichte“[b] von k	N2EPGS(k)	**4^s**	-	**2**
Usw. …	Check am 7.9.14				
k-e-p+e+x	„Halbgeschwister“ von k	HS(k)	**2^h**	-	**0**
k-e-p-e-p+e+x	„Halbonkel/-tante“ von k	HSV1(k)	**3^h**	-	**-1**
k-e-p-e-p+e+p+e+x	„Halbcousin /–cousine“ von k	N1HSV1(k)	**4^h**	-	**0**
k-e-p-e-p-e-p+e+x	„Halbgroßonlel/-tante	HSV2(k)		-	**-2**
k-e-p+e+p+e+x	„Halbneffe/-nichte“ von k	N1HS(k)	**3^h**	-	**1**
k-e-p+e+p+e+p +e+x	„Halbgroßneffe/-nichte“ von k	N2HS(k)	**4^h**	-	**2**
Usw. …	Check 7.9.14				Ok bis Ende
k+e-p+e-x	„Copartner“ von k	CoP(k)	**2^s**	-	**0**
k-e-p+e-x oder k-e-p+e-p+e-x	„Stiefvater/-mutter“ von k	CoPV1(k) oder ---	**2^s** oder **3^s**	-	**-1**
k-e-p-e-p+e-x oder k-e-p-e-p+e-p+e-x	„Stiefgroßvater/-mutter“ von k	CoPV2(k)	**3^s** oder **4^s**	-	**-2**
Usw. …					
k+e-p+e+x	„Stiefkind“ von k	N1CoP(k)	**2^s**	-	**1**
k+e+p+e-p+e+x	„Stiefenkel“ von k	N1CoPN1(k)	**3^s**	-	**2**
Usw. …					
k-e-p+e-p+e-p-e+x	„Stiefonkel/-tante“ von k	GSCoPV1(k)	**4^s**	-	**-1**
k-e-p-e-p+e-p+e-p-e+x	„Stiefgroßonkel/-tante“ von k	GSCoPV2(k)	**5^s**	-	**-2**
Usw. …					
k-e-p+e-p+e+x	„Stiefgeschwister“ von k	StS(k)	**3^s**	-	**0**

Such-Pfad k……….x Bezug ……..Ziel	**Verwandtschafts-typname von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg(k, x)**	„Grad" in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga(k, x)**
k-e-p+e-p+e+p+e-x	StiefSchwager von k	EPStS(k)	4^s	-	**0**
k-e-p+e-p+e+p+e+x	„Stiefneffe/-nichte" von k	N1StS(k)	4^s	-	**1**
k-e-p+e-p+e+p+e+p+e+x	„Stiefgroßneffe/-nichte" von k	N2StS(k)	5^s	-	**2**
Usw. … Usw. …					

Anmerkung: Da ich kein Programm mehr zur Verfügung habe, könnte es sein, dass sich in den Suchpfaden (Spalte 1 der Tab.1) ein paar wenige Tippfehler eingeschlichen haben, evtl. bei den Stiefverhältnissen. ➔ Das Nachchecken wäre eine gute Übung!

5 Schlussbemerkung

Ziel dieser Note war es, ein „in sich geschlossenes" mathematisches Modell für „Verwandtschaftsnetze" zu beginnen, das keine weiteren Anleihen aus der sog. „Realität" macht, außer dass es die ***Worte*** der üblichen Verwandtschaftsbezeichnungen als Termini seiner „Objektsprache" verwendet, die aber zunächst ausschließlich im Sinne des Modells zu lesen sind. Damit habe ich mich um eine *strikte Trennung* zwischen dem mathematischen Modell und seinen möglichen Interpretationen (Anwendungen) in der sogenannten „Realität" bemüht.

Anmerkung dazu: Interpretationen – und damit ***Modelltests*** – sind wichtig, um zu sehen ob ein mathematisches Modell überhaupt „gut auf einen Realitätsausschnitt ***passt***". Man darf solche Interpretationen aber *nicht ins Modell selbst einbauen, ohne dafür im Modell entsprechende Termini oder Relationen zu definieren*; sonst dreht man sich sozusagen „im Kreis". Ein mathematisches Modell weist natürlich durch seine (aus der Umgangs- oder der Fachsprache eines „Wissensgebietes" entliehenen) verbalen Termini darauf hin, wo man es in der sogenannten „Realität" eventuell anwenden könnte. Wenn man aber das mathematische Modell mit empirischen Tatsachen aus dem Wissensgebiet jenes Realitätsausschnittes, den man modellieren möchte, *vermengt*, ***hat man keine Chance mehr***, festzustellen, wo mit dem Modell eigentlich „***Erkenntnis***" erlangt worden ist. Jene *Vermengung* von Modell und „Wissensgebiet aus der Realität" (was immer das sein mag) trifft man öfter an. *Ist sie nicht bewusst gemacht, so kann* (nach meiner Einschätzung) *überhaupt keine „Erkenntnis" stattfinden!*

Zum Schluss noch ein paar Worte über den Bezug zur **Formalen Begriffsanalyse** (FBA), vgl. [15].

Obwohl das hier untersuchte spezielle Thema wenig mit der **FBA** zu tun zu haben scheint, bin ich beim Auffinden des mathematischen Modells für Verwandtschaftsnetze dennoch von FBA beeinflusst worden, nämlich durch die Art und Weise, wie man die mathematischen Hilfsmittel der Mengennotation, Abbildungen (Funktionen), Ordnungen, Äquivalenzen und anderen (binären) Relationen in der FBA dazu ausnutzt, realitätsnahe Sachverhalte – zwar idealisiert, aber mathematisch präzise – auszudrücken.

Mir fehlt aber noch ein direkter Bezug zur FBA, der ***interessanter*** wäre, als wenn man „nur" die Eherelation E durch den *Formalen Kontext* **(G^m, G^f, E)** darstellte und den vollständigen Verband $\underline{\mathfrak{B}}(G^m, G^f, E)$ der zugehörigen *Formalen Begriffe* untersuchte.

Anmerkung dazu: Für beliebige männliche bzw. weibliche Individuen $a \in G^m$ bzw. $b \in G^f$ ist

$a^{\uparrow E} := \{y \in G^f \mid (a, y) \in E\}$ = **EP(a)** die Menge der **Ehepartner** von a, bzw.

$b^{\downarrow E} := \{x \in G^m \mid (x, b) \in E\}$ = **EP(b)** die Menge der **Ehepartner** von b.

Ein **formaler Begriff** $(A, B) \in \underline{\mathfrak{B}}(G^m, G^f, E)$ (mit $A \subseteq G^m$, $B \subseteq G^f$), der ja durch die beiden Bedingungen

$A^{\uparrow E} := \bigcap_{a \in A} a^{\uparrow E} = B, \quad B^{\downarrow E} := \bigcap_{b \in B} b^{\downarrow E} = A$

gekennzeichnet ist, hat in unserem Modell **V** = (G^m, G^f, η, <) die Bedeutung, dass alle „Männchen" $a \in A$ mit allen „Weibchen" $b \in B$ je eine „Ehe" (a, b) in Sinne des Modells **V** eingehen. Das ist eine sehr spezielle Situation in einem Verwandtschaftsnetz! – Umso weniger habe ich – zurzeit noch – Hoffnung, dass die Struktur *des ganzen vollständigen Verbandes* $\underline{\mathfrak{B}}(G^m, G^f, E)$ etwas „Wesentliches" über ein Verwandtschaftsnetz aussagt. Aber ich kann mich ja in diesem Punkte auch irren. – Eventuell findet man besonders „einfache“ Anwendungsbeispiele für B(G^m, G^f, E), die *besondere Verwandtschaftsnetze* charakterisieren können.

Zurzeit suche ich noch nach etwas Anderem, das aus dem Modell **V** ableitbar ist, und das vielleicht einen „besseren“ Bezug zur FBA herstellt. Eventuell bietet sich an, wirklich einmal eine „***Ontologie***“ zum Modell **V** *in der Sprache der Informatiker* ***im Einzelnen zu spezifizieren.*** Denn in [16] und [17] hatte ich ja kürzlich die enge Beziehung zwischen der Struktur der Systeminterna einer *Domain Ontology* und den FBA-Methoden gezeigt.

Schließlich fehlt im jetzigen Modell noch der ***Zeitbezug***. Er soll im **Teil 2** eingebaut werden. Als Ausgangspunkt für eine geeignete ***Zeitskala*** kann man (für einen endlichen Ausschnitt **G‘** $\subset$G) die Ordnung im System (G‘, <), die daraus abgeleitete Ordnung im System (E‘, <*) (vgl. Kap. 2.4), sowie die linear geordnete Generationenfolge ($G'/\sim_{G'}$, $<_{G'}$) (vgl. Kap.3.3) heranziehen. Außerdem möchte ich das bisherige Modell **V** insgesamt in ein ***endliches*** umwandeln, beginnend mit einer endlichen Menge G_{UA} von sog. „Urahnen“ und endend mit einem sog. „Aussterbeaxiom“.

Mit freundlichem Gruß

Christoph Lübbert

6 Literatur

Wie oben gesagt, zitiere ich hauptsächlich die zusammenfassenden Artikel aus **Wikipedia**, weil die Liste der mir bekannten Literaturangaben, die alle vom selben traditionellen Schema ausgehen, viel zu lang wäre, aber eigentlich nichts Neues brächte.

[1] Wikipedia: „Verwandtschaftsbeziehung“, last modified: 29. 07 2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtschaftsbeziehung

[1*] Ulf Neundorfer: „Verwandtschaftsbeziehungen“, Anfang 2000
http://www.ulf-neundorfer.de/v-bez.html

[2] Wikipedia: „Verwandtschaftssystem“, last modified: 11.07.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtschaftssystem

[3] Wikipedia: „Verwandtschaftsterminologie“, last modified: 21.10.2013
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtschaftsterminologie

[4] Wikipedia: „Schwägerschaft”, last modified 21.07.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Schw%C3%A4gerschaft

[5] Wikipedia: „Schwippschwager”, last modified 15.3.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Schwippschwager

[6] Wikipedia: „Stieffamilie“, last modified 11.05.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Stieffamilie

[7] Wikipedia: „Generation“, last modified: 8.6.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Generation

[8] Wikipedia: „Generationsbezeichnungen“, last modified: 27.6.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Generationsbezeichnungen

[9] Wikipedia: „Verwandtenheirat“, last modified: 3.7.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtenheirat

[10] Wikipedia: „Eheverbot“, last modified: 29.11.2013
http://de.wikipedia.org/wiki/Eheverbot

[11] Wikipedia: „Inzest“, last modified: 23.8.2013
http://de.wikipedia.org/wiki/Inzesttabu

[12] Wikipedia: “Ahnenverlust”, last modified: 16.7.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Ahnenverlust

[15] B. Ganter / R. Wille: „Formale Begriffsanalyse, – Mathematische Grundlagen“. Springer Verlag, 1996

[16] C. Lübbert: „Verfeinerung“ der Ontology-Sprache durch die FBA-Sprache“, V4f, Darmstadt, Juni 2014

[17] C. Lübbert: „Vermittlung zwischen ‚Onto-Sicht‘ und ;FBA-Sicht‘ im Konzept ‚Ontology‘ “, V1, Darmstadt, Juli 2014