

6 Glossar

Hier werden einige Begriffe und Zeichen erläutert, die im Text auftreten. Das Zeichen \uparrow vor einem Term weist darauf hin, dass der Term ebenfalls im Glossar erläutert wird. Das Zeichen \rightarrow verweist auf eine Stelle im Text, wo der Glossarterm (erstmalig oder hauptsächlich) vorkommt. Beispiel: „ \rightarrow 2.3.2 / (2.3.1)“ – dabei ist 2.3.2 die Angabe des Kapitels oder Unterkapitels, (2.3.1) die Nummer einer Definition oder eines Satzes.

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|--|---|
| \wedge | \uparrow Junktor für „...und ...“ – auch „Konjunktion“ genannt |
| \vee | \uparrow Junktor für (nicht ausschließendes) „...oder...“ – auch „Disjunktion“ genannt |
| \Rightarrow | \uparrow Junktor für „wenn ... dann...“ – auch „Implikation“ genannt |
| \neg | \uparrow Junktor für „nicht...“ – auch „Negation“ genannt |
| \exists | \uparrow Quantorzeichen für „es gibt ...“ – auch „Partikulator“ genannt |
| \forall | \uparrow Quantorzeichen für „für alle ...“ – auch „Generalisator“ genannt |
| \bigwedge | \uparrow Quantorzeichen für „Infimum von ...“ |
| \bigvee | \uparrow Quantorzeichen für „Supremum von ...“ |
| $(\mathbf{P}, \mathbf{B}, \gamma)$ | Bezeichnung für eine wertebasierte Logik, wobei \mathbf{P} die Menge der \uparrow Aussagesymbole bzw. der \uparrow prädikatenlogischen Aussagesymbole und \mathbf{B} der \uparrow Bewertungsbereich ist (\mathbf{B} ist eine (endliche) Algebra, deren Verknüpfungen den \uparrow Junktoren auf \mathbf{P} mittels der \uparrow Junktorenabbildung γ entsprechen) \rightarrow 2.3 / (2.3.1) |
| (\mathbf{P}, \mathbf{D}) | Bezeichnung für die „Dialogische Aussagenlogik“, \uparrow Dialogik, mit der unsymmetrischen sog. „konstruktiven“ (od. „effektiven“) Rahmenregel RR-2 inklusive Übernahmeprinzip RR-4 \rightarrow 4.2.3 |
| $(\text{Uni}, \mathbf{B}, \text{Prä})$ | Notation für ein \uparrow Anwendungssystem im Semantik-Schema der \uparrow Prädikatenlogik 1. Stufe \rightarrow 3.2 / (3.2.1)f |
| $+, \bullet$ | Die zwei Zeichen werden hier fast immer in der Bedeutung der beiden zueinander dualen Hauptverknüpfungen eines \uparrow Verbandes \mathbf{B} benutzt. Ist der Verband \mathbf{B} der \uparrow Bewertungsbereich einer Logik $\uparrow (\mathbf{P}, \mathbf{B}, \gamma)$, so entspricht $+$ in \mathbf{B} dem Junktor \vee („oder“) in der Sprache \mathbf{P} , sowie \bullet in \mathbf{B} dem \uparrow Junktor \wedge („und“) in der Sprache \mathbf{P} . Mit der \uparrow Junktorenabbildung γ geschrieben: $\gamma \vee = +, \gamma \wedge = \bullet$. \rightarrow 2.2.2/(2.1.1), \rightarrow 2.5.3/(2.5.4) |
| \vdash | (metalogisches) Zeichen für die syntaktische \uparrow Herleite-Beziehung \rightarrow 2.4.4/ (2.4.13) |
| \models | (metalogisches) Zeichen für die semantische \uparrow Folge-Beziehung \rightarrow 2.4.12/(2.4.12) |
| 1-stellige Verknüpfung | \uparrow Verknüpfung |
| 1-stelliger Junktor | \uparrow Junktor |
| 2-stellige Verknüpfung | \uparrow Verknüpfung |
| 2-stelliger Junktor | \uparrow Junktor |
| Abbildung | Eine Abbildung $f: A \rightarrow B$ zwischen zwei Mengen A, B ordnet jedem Element $x \in A$ genau ein Element $y \in B$ zu, d.h. aus $x=x'$ folgt $f(x)=f(x')$ für alle $x, x' \in A$. A heißt der Definitionsbereich von f . Eine Abbildung kann speziell \uparrow injektiv, \uparrow bijektiv, oder \uparrow surjektiv sein. |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|-----------------------|--|
| Abkürzung | Ist ein \uparrow Junktor f aus anderen Junktoren einer Junktorenbasis abgeleitet, so nennt man f eine „Abkürzung“. Beispiel: In der klassischen Logik kann „ $X \wedge Y$ “ als Abkürzung für „ $\neg(\neg X \vee \neg Y)$ “ bzw. „ $X \Rightarrow Y$ “ für Abkürzung für „ $\neg \neg X \vee Y$ “ genommen werden. |
| ableitbar | \uparrow Herleite-Beziehung \rightarrow 2.4.12/(2.4.12) |
| Absorption | \uparrow Verband – zwei Verknüpfungen $+, \bullet : B \times B \rightarrow B$ erfüllen das Gesetz der Absorption, wenn $x + (x \bullet y) = x$ und $x \bullet (x + y) = x$ gilt für alle $x, y \in B$ \rightarrow 2.5.3/(2.5.4) |
| abzählbar | Eine Menge M heißt abzählbar, wenn es eine \uparrow bijektive \uparrow Abbildung $f: M \rightarrow \mathbf{N}$ von M auf die Menge $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ der natürlichen Zahlen gibt. Synonym: „abzählbar-unendlich“. |
| algebraische Funktion | Ist $(\mathbf{B}, \mathbf{V1}, \mathbf{V2})$ eine \uparrow algebraische Struktur und ist $\psi: B^n \rightarrow B$ eine n -stellige \uparrow Abbildung ($n = 1, 2, 3, \dots$), so heiße ψ „algebraisch“ wenn ψ eine endliche Komposition aus \uparrow Basisverknüpfungen (also aus Verknüpfungen von $\mathbf{V1} \cup \mathbf{V2}$) ist. Genauer definieren wir eine algebraische Funktion über $(\mathbf{B}, \mathbf{V1}, \mathbf{V2})$ induktiv so: (1) Jedes $v \in \mathbf{V1}$ und jedes $\varphi \in \mathbf{V2}$ ist eine algebraische Funktion. (2) Sind $v, v' \in \mathbf{V1}$ und $\varphi, \varphi' \in \mathbf{V2}$, so sind auch die durch $(v \cdot v')(x) := v(v'(x))$, $(v \cdot \varphi)(x, y) := v(\varphi(x, y))$, $(\varphi \cdot v)(x, y) := \varphi(v(x), v(y))$, $(\varphi_1 \vee \varphi_2)(x, y) := \varphi(x, v(y))$, $(\varphi_2 \vee \varphi_1)(x, y) := \varphi(v(x), y)$, $(\varphi \cdot \varphi')(x, y, u, v) := \varphi(\varphi'(x, y), \varphi'(u, v))$, $(\varphi_1 \cdot \varphi_2)(x, u, v) := \varphi(x, \varphi'(u, v))$, $(\varphi_2 \cdot \varphi_1)(u, v, y) := \varphi(\varphi'(u, v), y)$ definierten Abbildungen algebraische Funktionen. (3) Sei $S(f) := \{1, \dots, n\}$ die Stellenmenge der n -stelligen algebraische Funktion $f(x_1, \dots, x_n): B^n \rightarrow B$ und $g(y_1, \dots, y_m): B^m \rightarrow B$ eine m -stellige algebraische Funktion. Wir schreiben abkürzend $\underline{x} := (x_1, \dots, x_n)$, $\underline{y} := (y_1, \dots, y_m)$. Zu jeder Teilmenge $T \subseteq S(f)$ definieren wir eine Komposition $f(\underline{x}) \tau g(\underline{y}): B^{(n- T) \cdot m} \rightarrow B$, die daraus entsteht, dass man an jeder Stelle $k \in T$ von f statt x_k das $g(\underline{y})$ einsetzt. wogegen an den Stellen $i \in S(f) - T$ die ursprünglichen Argumente x_i erhalten bleiben. (Bei festem n -stelligen f sind das $ \text{Pot } S(f) = 2^n$ Möglichkeiten). Sind $f(\underline{x}), g(\underline{y})$ algebraische Funktionen, so auch $f(\underline{x}) \tau g(\underline{y})$. |
| algebraische Struktur | Eine Menge B zusammen mit einer endlichen Menge $\mathbf{V1}$ von 1-stelligen Verknüpfungen $: B \rightarrow B$ und einer endlichen Menge $\mathbf{V2}$ von 2-stelligen Verknüpfungen $: B \times B \rightarrow B$ heiße „algebraische Struktur“ und wird mit $(\mathbf{B}, \mathbf{V1}, \mathbf{V2})$ notiert. \rightarrow 2.3.1 |
| Alphabet | Menge der \uparrow Grundzeichen der formalen Sprache einer \uparrow Aussagenlogik oder einer \uparrow Prädikatenlogik. (1) In einer Aussagenlogik: die Zeichenmenge $\mathbf{Z} := \mathbf{E} \cup \mathbf{J1} \cup \mathbf{J2} \cup \{ (,) \}$, bestehend aus folgenden Sorten: \uparrow EA-Zeichen (Menge \mathbf{E}), 1-stelligen \uparrow Junktoren (Menge $\mathbf{J1}$), 2-stelligen Junktoren (Menge $\mathbf{J2}$) und dem Klammerpaar. \rightarrow 2.2.2/(2.1.1) (2) In der hier untersuchten, vereinfachten Prädikatenlogik 1. Stufe: die Zeichenmenge $\mathbf{Z} := \mathbf{Oz} \cup \mathbf{Pz} \cup \mathbf{J1} \cup \mathbf{J2} \cup \mathbf{Qu} \cup \{ (,), : \}$, bestehend aus folgenden Sorten: \uparrow Objektzeichen („Variablen“; Menge \mathbf{Oz}), \uparrow Prädikatzeichen (Menge \mathbf{Pz}), 1-stelligen \uparrow Junktoren (Menge $\mathbf{J1}$), 2-stelligen Junktoren (Menge $\mathbf{J2}$), \uparrow Quantorzeichen (Menge \mathbf{Qu}), sowie dem Klammerpaar und dem Doppelpunkt. \rightarrow 3.1/(3.1.1) |
| Antisymmetrie | \uparrow Halbordnung |
| Anwendung | Im Semantik-Schema der hier betrachteten vereinfachten \uparrow Prädikatenlogik 1. Stufe: das Abbildungspaar (π, γ) einer ausgewählten Menge M von P-Symbolen ein \uparrow Anwendungssystem zuordnet, wobei π den Prädikatzeichen Prädikate zuordnet und γ die \uparrow Junktorenabbildung ist. \rightarrow 3.2/(3.2.2) |
| Anwendungssystem | Im Semantik-Schema der hier betrachteten vereinfachten \uparrow Prädikatenlogik 1. Stufe: ein Tripel $(\mathbf{Uni}, \mathbf{B}, \mathbf{Prä})$ \rightarrow 3.2/(3.2.1) |
| Äquivalenzklasse | siehe \uparrow Äquivalenzrelation |
| Äquivalenzrelation | Sei M eine Menge. Eine Relation \sim (aufgefasst als eine gewisse Teilmenge von $M \times M$) heißt Äquivalenzrelation auf M , wenn sie für alle $x, y, z \in M$ folgende Eigenschaften hat: Reflexivität: es gilt $x \sim x$ für alle $x \in M$ Symmetrie: aus $x \sim y$ folgt $y \sim x$ Transitivität: aus $x \sim y$ und $y \sim z$ folgt $x \sim z$ Die Teilmengen $[x] := \{y \in M \mid y \sim x\}$ heißen Äquivalenzklassen von \sim . Je zwei Äquivalenzklassen $[a], [b]$ sind entweder fremd ($[a] \cap [b] = \emptyset$) oder identisch ($[a] = [b]$). Die Menge $M/\sim := \{[x] \mid x \in M\}$ heißt der Quotient von M nach der Äquivalenzrelation \sim . Ist zum Beispiel $\alpha: A \rightarrow B$ eine Abbildung, und definiert man \sim auf A durch $x \sim y$:gdw. $\alpha(x) = \alpha(y)$ (für alle $x, y \in A$), so ist \sim eine „durch α induzierte“ Äquivalenzrelation auf A . |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|-----------------------------|---|
| Assoziativität | \uparrow Verband – (allgemein heißt eine Verknüpfung $\#:B \times B \rightarrow B$ assoziativ, wenn $x\#(y\#z) = (x\#y)\#z$ gilt für alle $x,y,z \in B$) |
| Atom | Synonym für \uparrow EA-Zeichen in der Aussagenlogik, bzw. für \uparrow EP-Symbol in der Prädikatenlogik \rightarrow 2.2.2/(2.1.1) , \rightarrow 3.1 |
| Aussage | Satz / sprachlicher Ausdruck in einer Theorie / einem Fachgebiet, der \uparrow Modell ist zum \uparrow Aussagesymbol einer \uparrow Aussagenlogik oder \uparrow Prädikatenlogik |
| Aussageform | Eine Abbildung $\alpha: E^n \rightarrow P$ der Menge der n-Tupel, E^n , von \uparrow EA-Zeichen in die Menge P der \uparrow Aussagesymbole heißt n-stellige Aussageform (oder n-stellige Aussagefunktion). |
| Aussagefunktion | Synonym für \uparrow Aussageform |
| Aussagenlogik (mehrwertige) | Ein Tripel (P, B, γ) , wo $P=[E, J1, J2]$ eine mit \uparrow „Elementaraussagezeichen“, sowie 1- und 2-stelligen \uparrow Junktoren erzeugte formale Sprache, $(B, V1, V2)$ eine endliche algebraische Struktur mit 1- und 2-stelligen \uparrow Verknüpfungen und $\gamma: J1 \cup J2 \rightarrow V1 \cup V2$ eine \uparrow bijektive Abbildung ist, die jedem 1-stelligen Junktor eine 1-stellige Verknüpfung und jeden 2-stelligen Junktor eine 2-stellige Verknüpfung zuordnet. \rightarrow 2.3.1 |
| Aussagesymbol | Element der formalen „Sprache“ $P=[E, J1, J2]$ einer \uparrow Aussagenlogik, die aus einer Menge E von \uparrow „EA-Zeichen“ (Atomen) mit Hilfe von \uparrow Junktoren aus $J1 \cup J2$ \uparrow induktiv erzeugt wird. |
| Aussagevariable | Synonym für \uparrow EA-Zeichen. Das Wort \uparrow „Variable“ vermeiden wir, wenn wir EA-Zeichen meinen, weil wir es für metasprachliche Zwecke benutzen wollen. |
| B | Zeichen für den \uparrow Bewertungsbereich einer \uparrow Aussagen- oder \uparrow Prädikatenlogik \rightarrow 2.3.1 |
| Basisverknüpfung | Ist $(B, V1, V2)$ eine \uparrow algebraische Struktur, so heißen die 1-stelligen Verknüpfungen $v \in V1$ und die 2-stelligen Verknüpfungen $\varphi \in V2$ auch die Basisverknüpfungen der Struktur, um sie von daraus gebildeten weiteren n-stelligen Verknüpfungen ($n=1,2,3,..$) zu unterscheiden. |
| Belegung | (1) In der Aussagenlogik: Abbildung $\beta: P \rightarrow B$, die aus einer \uparrow Elementarbelegung $\beta^\circ: E \rightarrow B$ induktiv abgeleitet ist. \rightarrow 2.3.2 / (2.3.1) (2) In einer Prädikatenlogik: Abbildung $\beta: P \rightarrow B$, die aus einer \uparrow Elementarbelegung $\beta^\circ: O_Z \rightarrow B$ induktiv abgeleitet ist. \rightarrow 3.2 / (3.2.5) (P ist die formale aussagen- bzw. prädikatenlogische Sprache, O_Z die Menge der \uparrow Objektzeichen, B ist der \uparrow Bewertungsbereich). |
| Beweis | \uparrow Herleite-Beziehung |
| beweisbar | \uparrow Herleite-Beziehung |
| Bewertungsbereich | Menge B der logischen Werte einer wertebasierten Logik \rightarrow 2.3.1; \rightarrow 3.2 (Anfang) |
| bijektiv | Eine \uparrow Abbildung $f: A \rightarrow B$ heißt bijektiv, wenn sie \uparrow injektiv und \uparrow surjektiv ist |
| boolescher Verband | Ein Verband $(B, \leq, +, \bullet)$ heißt boolescher Verband, wenn B distributiv und komplementär ist (Die Komplementbildung $*$ ist eine Involution auf B , für welche die De-Morganschen Regeln $(x+y)^* = x^* \bullet y^*$, $(x \bullet y)^* = x^* + y^*$ gelten.) Ein endlicher Boole-Verband hat 2^n Elemente ($n \in \mathbf{N}$). Der aus 2 Elementen bestehende Boole-Verband $B_2 = \{0, 1\}$ ist der einfachste Verband mit mehr als 1 Element. Das n-fache Produkt B_2^n ($n \in \mathbf{N}$) ergibt einen endlichen Boole-Verband mit 2^n Elementen, wenn man auf B_2^n die Halbordnung \leq und die Verknüpfungen „vektoriell“ definiert, d.h. $(x_1, \dots, x_n) \leq (y_1, \dots, y_n) : \text{gdw. } x_1 \leq y_1, \dots, x_n \leq y_n$; $(x_1, \dots, x_n)^* := (x_1^*, \dots, x_n^*)$, $(x_1, \dots, x_n) + (y_1, \dots, y_n) := (x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n)$, $(x_1, \dots, x_n) \bullet (y_1, \dots, y_n) := (x_1 \bullet y_1, \dots, x_n \bullet y_n)$ \rightarrow 2.5.3 / (2.5.4) |
| Catuskoti | sanskrit: Viereck / Viereck; \uparrow Tetralemma \rightarrow 2.6.3.1 |
| De Morgan Regeln | Ist $(B, \leq, +, \bullet)$ ein (endlicher) Verband und $*$ $: B \rightarrow B$ ein Verneinungsoperator, so nennt man „ $(x+y)^* = x^* \bullet y^*$ “, sowie „ $(x \bullet y)^* = x^* + y^*$ “ die Regeln von De-Morgan. Ob sie für beliebige $x, y \in B$ gelten, hängt von der Wahl von $*$ ab! |
| Designationsbereich | \uparrow designierter Wert |
| designierter Wert | Ist $\uparrow (P, B, \gamma)$ eine mehrwertige Logik, d.h. besteht der \uparrow Bewertungsbereich B aus mehr als zwei Werten, so kann man in der Menge B eine Teilmenge W von sog. <i>designierten</i> Werten auszeichnen (Die Werte von W erinnern an solche Werte von B , die man |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|------------------------------|--|
| | als „wahr“ gegenüber den übrigen ansehen will). Damit lassen sich dann einige Begriffe und Definitionen der klassischen 2-wertigen Logik, wo $\mathbf{B}=\{0, 1\}$ und $\mathbf{W}=\{1\}$ ist, auf mehrwertige Logiken übertragen →2.4.3.1 |
| Deutung | Im Semantik-Schema der hier betrachteten vereinfachten \uparrow Prädikatenlogik 1. Stufe: ein Tripel (π, γ, β) , wobei (π, γ) eine \uparrow Anwendung und β eine \uparrow Belegung ist. →3.2/(3.2.7) |
| D-Gewinnstrategie | eine Strategie, bei welcher der eine Dialogpartner bei jeder der dem anderen noch bleibenden Möglichkeiten gewinnt →4.4/(4.4.1) |
| Dialogik | Ein Dialogspiel zwischen zwei Dialogpartnern, zur Herleitung von Aussagesymbolen in Form von „Behauptungen“, das von Konstruktivisten / Intuitionisten als eine natürlichere Alternative zu dem in der klassischen Logik üblichen <i>syntaktischen Herleitungsbegriff</i> (Beweisbegriff) angesehen wird →4 |
| Disjunktion | übliche Bezeichnung für den „oder“-Junktor \vee |
| Disjunktive Normalform | Sind L_{ij} \uparrow Literale, so heißt ein \uparrow Aussagesymbol F in disjunktiver Normalform, wenn gilt: $F = (L_{11} \wedge \dots \wedge L_{1k_1}) \vee (L_{21} \wedge \dots \wedge L_{2k_2}) \vee \dots \vee (L_{n1} \wedge \dots \wedge L_{nk_n})$ →2.6.1/(2.5.15b) |
| DNF | \uparrow Disjunktive Normalform |
| D-Korrespondenz | Zwei \uparrow Thesen A, B der \uparrow Dialogik nennen wir „D-korrespondent“, in Zeichen: $A \equiv_D B$, genau dann wenn sowohl $A \Rightarrow B$ als auch $B \Rightarrow A$ eine \uparrow D-Tautologie ist. →4.4.2/(4.4.3) |
| D-Tautologie | Eine \uparrow These heißt D-Tautologie wenn sie der Proponent durch eine \uparrow D-Gewinnstrategie gewinnt, indem er alle Elementarbehauptungen nicht „selbst“ verteidigt, sondern sie durch Übernahme einer Behauptung des Opponenten verteidigt. →4.4.2/(4.4.2) |
| E | Menge der \uparrow Elementaraussagezeichen (\uparrow EA-Zeichen) im Alphabet der Sprache einer Aussagenlogik →2.1.1 |
| EA-Zeichen | \uparrow Elementaraussagezeichen; eine Grundzeichensorte im Alphabet einer \uparrow Aussagenlogik →2.1.1 |
| effektive Rahmenregel | \uparrow konstruktive Dialogregel, \uparrow Rahmenregeln, \uparrow Dialogik →4.2.3/RR-2 |
| Elementaraussagezeichen | Eine Grundzeichensorte im \uparrow Alphabet einer \uparrow Aussagenlogik: Zeichen, aus denen, zusammen mit \uparrow Junktoren und Klammern \uparrow Aussagesymbole zusammengesetzt werden. Statt „EA-Zeichen“ sagt man auch „Atom“, was besagen soll, dass ein Atom selbst nicht als aus anderen Zeichen der \uparrow Alphabets zusammengesetzt aufzufassen sei. →2.1.1 |
| Elementarbelegung | (1) In einer Aussagenlogik: Abbildung $\beta: \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}$ der Menge \mathbf{E} der \uparrow EA-Zeichen in den \uparrow Bewertungsbereich \mathbf{B} →2.3.2/(2.3.1) (2) In einer Prädikatenlogik: Abbildung $\beta: \mathbf{Oz}(\mathbf{M}) \rightarrow \mathbf{Uni}$ einer passenden Teilmenge der Menge \mathbf{Oz} der \uparrow Objektzeichen in eine Menge \uparrow Uni von Anwendungsobjekten. →3.2/(3.2.3) |
| Ep | Menge der \uparrow Prädikatensymbole in der Sprache einer Prädikatenlogik →3.1/(3.1.2) |
| EP-Symbol | elementares prädikatenlogisches Aussagesymbol; Synonym für \uparrow Prädikatensymbol →3.1/(3.1.2) |
| Extensionalitätsprinzip | Prinzip, das besagt, dass der logische Wert jeder zusammengesetzten Aussage A sich allein ergibt aus den logischen Werten der Elementaraussagen („Atome“), aus denen A zusammengesetzt ist →2.3.4 |
| Folgebeziehung (semantische) | Sei Σ eine Menge von Aussagesymbolen und A ein einzelnes Aussagesymbol. Man definiert: (i) „ A folgt semantisch aus Σ “, in Zeichen: $\Sigma \models A$, wenn jedes \uparrow Modell für Σ auch Modell für A ist. (ii) Ist $\Sigma = \emptyset$, so schreibt man statt „ $\emptyset \models A$ “ auch „ $\models A$ “ → |
| formale Sprache | Die Menge endlicher \uparrow Strings, die aus einem \uparrow Alphabet (bestehend aus ggf. unterschiedlichen Zeichensorten) nach gewissen Regeln \uparrow induktiv aufgebaut ist. Beispiel: P , die formale Sprache der Aussagen- oder der Prädikatenlogik 1. Stufe. →2.1 |
| Formel | Synonym für \uparrow Aussagesymbol (in der Sprache einer Aussagenlogik) oder für \uparrow prädikatenlogisches Aussagesymbol (in der Sprache einer Prädikatenlogik 1. Stufe) →2.1 |
| frei | Ein in einem \uparrow P-Symbol F vorkommendes \uparrow Objektzeichen x heißt frei in F , wenn es durch keinen in F vorkommenden Quantor Qx : \uparrow gebunden ist. →3.1.1/(3.1.3),(3.1.4) |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|--|--|
| funktionale Vollständigkeit (bei endlichen Algebren) | <p>Sei $(B, V1, V2)$ eine endliche algebraische Struktur mit endlich vielen 1-stelligen Verknüpfungen $B \rightarrow B$ (Menge $V1$) und endlich vielen 2-stelligen Verknüpfungen $B^2 \rightarrow B$ (Menge $V2$). Die Verknüpfungsmenge $V := V1 \cup V2$ heißt funktional vollständig wenn alle n-stellige Abbildungen $f: B^n \rightarrow B$ ($n \in \mathbf{N}$, beliebig) in endlich vielen Kompositionsschritten aus den Verknüpfungen von V abgeleitet werden können. Ein Kompositionsschritt sieht folgendermaßen aus:</p> <p>Sei $S(f) := \{1, \dots, n\}$ die Stellenmenge der n-stelligen Abbildung $f(x_1, \dots, x_n): B^n \rightarrow B$ und $g(y_1, \dots, y_m): B^m \rightarrow B$ eine andere Abbildung. Wir schreiben abkürzend $x := (x_1, \dots, x_n)$, $y := (y_1, \dots, y_m)$. Zu jeder Teilmenge $T \subseteq S(f)$ gibt es eine Komposition $f(x) \uparrow_T g(y): B^{(n- T) \cdot m} \rightarrow B$, die daraus entsteht, dass man an jeder Stelle $k \in T$ von f statt x_k das $g(y)$ einsetzt. wogegen an den Stellen $i \in S(f) - T$ die ursprünglichen Argumente x_i erhalten bleiben. Bei festem n-stelligem f sind das $\text{Pot } S(f) = 2^n$ Möglichkeiten.</p> <p>Zu zwei endlichen Mengen A, B gibt es $B ^{ A }$ Abbildungen von A in B. Es gibt also $B ^{\wedge}(B ^n)$ n-stellige Abbildungen $f \in B^n \rightarrow B$.</p> <p>Ist B der Bewertungsbereich einer mehrwertigen Logik, so sagt man statt „funktional vollständig“ auch „semantisch vollständig“.</p> <p>Zum Beispiel ist die algebraische Struktur des Bewertungsbereichs $(\{0, 1\}, *, +)$ der 2-wertigen klassischen Logik funktional vollständig: Es gibt nur 4 1-stellige Abbildungen, und $*$ ist die <i>eine</i> (nicht-konstante und nicht-identische) 1-stellige Abbildung; und alle 16 2-stelligen Abbildungen $\{0, 1\} \times \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$ können aus dem Verneinungsoperator $*$ und aus dem „oder“-Operator $+$ abgeleitet werden; und damit können alle Abbildungen $\{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ ($n \in \mathbf{N}$, beliebig) aus der Verknüpfungsbasis $*, +$ abgeleitet werden.</p> <p>Ist aber $B =3$, so gibt es bereits $3^{\wedge}3^1 = 27$ 1-stellige Verknüpfungen $B \rightarrow B$ und $3^{\wedge}3^2 = 19.683$ 2-stellige Verknüpfungen $B^2 \rightarrow B$.</p> |
| gebunden | Ist F ein \uparrow P-Symbol und kommt das Objektzeichen x in $F \uparrow$ frei vor, so heißt im Ausdruck $Qx:F$ das x gebunden, wobei Q ein \uparrow Quantorzeichen ist. \rightarrow 3.1.1/(3.1.3) |
| Generalisator | übliche Bezeichnung für den „für alle $x \dots$ “-Quantor $\forall x$: |
| geschlossen | Ein \uparrow P-Symbol G heißt geschlossen, wenn alle in G vorkommenden Objektzeichen durch \uparrow Quantoren \uparrow gebunden sind. \rightarrow 3.1.1/(3.1.3) |
| Gewinnstrategie | \uparrow D-Gewinnstrategie |
| Grundsatz der mehrwertigen Aussagenlogik | Eine (Meta-)Aussage Γ über eine mehrwertige Aussagen- (oder Prädikaten-)Logik (P, B, γ) ist genau dann ein „logisches Gesetz“, wenn $\gamma \Gamma$ eine Eigenschaft der algebraischen Struktur des \uparrow Bewertungsbereichs B ist, wobei γ die \uparrow Junktorenabbildung ist. \rightarrow 2.3.4 |
| Grundzeichen | Die Elemente eines \uparrow Alphabets. |
| Halbordnung | <p>(B, \leq) heißt Halbordnung, wenn \leq eine 2-stellige Relation auf der Menge B ist mit den Eigenschaften für alle $x, y, z \in B$:</p> <p>Reflexivität: $x \leq x$</p> <p>Transitivität: aus $x \leq y$ und $y \leq z$ folgt $x \leq z$</p> <p>Antisymmetrie: aus $x \leq y$ und $y \leq x$ folgt $x = y$</p> <p>Anmerkung: $x, y \in B$ heißen unvergleichbar, wenn weder $x \leq y$ noch $y \leq x$ gilt.</p> <p>(B, \leq) heißt lineare Ordnung, wenn je zwei $x, y \in B$ stets vergleichbar sind \rightarrow 2.5.3</p> |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|---|---|
| Herleite-Beziehung (syntaktische) | Sei Σ eine endliche Menge von Aussagesymbolen und A ein einzelnes Aussagesymbol. Sei ferner SR eine endliche Menge von Regeln , die angeben, ob und wie man „von Σ nach A übergehen“ darf. Man sagt: (i) „ A ist aus Σ herleitbar (ableitbar / beweisbar)“, in Zeichen: $\Sigma \vdash_{SR} A$ wenn es eine endliche Folge C_1, C_2, \dots, C_n von Aussagesymbolen gibt, an deren Ende A steht ($C_n=A$), derart dass für jedes $i \in \{1, \dots, n\}$ eine der beiden folgenden Bedingungen gilt: (1) $C_i \in \Sigma$ bzw. (2) C_i entsteht durch Anwendung der Regeln von SR aus einer Teilmenge von $\{C_1, \dots, C_{i-1}\}$. (ii) Die Folge (C_1, C_2, \dots, C_n) mit $C_n=A$ nennt man auch einen „ Beweis “ von A aus Σ . \rightarrow 2.4.4/(2.4.13) |
| Heyting-Algebra (endliche; Beispiel) | Ein endlicher \uparrow Verband $(B, \leq, +, \bullet)$ kann zu einer (endlichen) Heyting-Algebra $(B, \leq, +, \bullet, \rightarrow_H, \dots^H)$ gemacht werden durch die Definition zweier weiterer \uparrow Verknüpfungen: $a \rightarrow_H b := \sup\{x \in B \mid a \bullet x \leq b\}$ und $a^H := a \rightarrow_H 0$ für alle $a, b \in B$. B dient dann als \uparrow Bewertungsbereich für eine wertebasierte Logik (P, B) , wo \rightarrow_H dem „wenn...dann...“-Junktor \Rightarrow in P und \dots^H der „Verneinung“ \neg in P entspricht. In das Heyting-sche Logikschema passen sowohl die klassische 2-wertige Logik, im Fall $B=\{0,1\}$, als auch viele andere Logiken, unter anderem auch solche, welche intuitionistischen Logik-Auffassungen entsprechen. \rightarrow 2.6.2 |
| Idempotenz | \uparrow Verband - (allgemein heißt eine Verknüpfung $\# : B \times B \rightarrow B$ idempotent, wenn $x \# x = x$ gilt für alle $x \in B$) |
| identitiv | Synonym für \uparrow antisymmetrisch |
| Implikation | übliche Bezeichnung für den „wenn...dann...“-Junktor \Rightarrow oder auch für ein Aussagesymbol der Form „ $X \Rightarrow Y$ “. Dabei nennt man X die Prämisse, Y die Konklusion |
| induktiv | Eine Definitions- oder auch Beweismethode heißt „induktiv“ (oder auch „rekursiv“), wenn sie folgende Grundeigenschaft der Menge N der natürlichen Zahlen, benutzt: Sei $f(n)$ eine für beliebige Nummern $n=1, 2, 3, \dots \in \mathbf{N}$ formulierbare Regel. (a) Gilt die Regel für $n=1$, also trifft $f(1)$ zu, und (b) folgt für beliebiges $k \in \mathbf{N}$ aus der Annahme, dass $f(k)$ gelte, dass dann auch $f(k+1)$ gelte, so folgt aus (a) und (b): Die Regel $f(n)$ gilt für alle $n \in \mathbf{N}$. |
| Infimum | $\inf X$ (falls existent) ist die größte \uparrow untere Schranke der Teilmenge $X \subseteq B$ in einer \uparrow Halbordnung (B, \leq) ; also $\inf X = \max US(X)$ – siehe $\uparrow US(X)$ \rightarrow 2.5.3 |
| $\inf X$ | \uparrow Infimum einer Menge X \rightarrow 2.5.3 |
| Infix-Schreibweise | eine 2-stellige Verknüpfung $\varphi : M \times M \rightarrow M$ notiert man i.d. Regel so: „ $z = \varphi(x, y)$ “. In der „Infix-Schreibweise“ schreibt man statt dessen: „ $z = x \varphi y$ “ |
| injektiv | Eine Abbildung $f : A \rightarrow B$ heißt injektiv, wenn aus $f(x)=f(y)$ folgt, dass $x=y$ ist (für alle $x, y \in A$) |
| Involution | Eine \uparrow Abbildung $i : M \rightarrow M$ heißt Involution, wenn i \uparrow bijektiv ist, und wenn $i(i(x))=x$ gilt für alle $x \in M$ |
| Junktor | Ein Junktor ist ein Vorschalt- bzw. Verbindungszeichen vor bzw. zwischen \uparrow Aussagesymbolen, so dass neue Aussagesymbole entstehen \rightarrow 2 |
| Junktorenabbildung γ | Ist $\mathbf{J} := \mathbf{J1} \cup \mathbf{J2}$ die endliche Menge der 1- und 2-stelligen Junktorenzeichen der Sprache P einer Logik $\uparrow (P, B, \gamma)$, $\mathbf{V} := \mathbf{V1} \cup \mathbf{V2}$ die endliche Menge der 1- und 2-stelligen Verknüpfungen des \uparrow Bewertungsbereichs B , so heißt die \uparrow bijektive \uparrow Abbildung $\gamma : \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{V}$ die Junktorenabbildung. \rightarrow 2.3.2/(2.3.1) |
| KNF | \uparrow Konjunktive Normalform |
| Kommutativität | \uparrow Verband - (allgemein heißt eine Verknüpfung $\# : B \times B \rightarrow B$ kommutativ, wenn $x \# y = y \# x$ gilt für alle $x, y \in B$) \rightarrow 2.6/2.5.15b) |
| Konjunktion | übliche Bezeichnung für den „und“-Junktor \wedge |
| Konjunktive Normalform | Sind L_{ij} \uparrow Literale, so heißt ein \uparrow Aussagesymbol F in konjunktiver Normalform, wenn gilt: $F = (L_{11} \vee \dots \vee L_{1k_1}) \wedge (L_{21} \vee \dots \vee L_{2k_2}) \wedge \dots \wedge (L_{n1} \vee \dots \vee L_{nk_n})$ \rightarrow 2.6.1/(2.5.15b) |
| Konklusion | der Teil Y in einer Aussage der Form $X \Rightarrow Y$ |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition | | | | | | | | | | | | |
|------------------------------|--|------------------|----------------------------|------|---------------|----------------------------|----------|------------|-----|------|------------------------------|--|------------------|
| Konstruktive Dialogregel | auch „effektive Rahmenregel“ genannt. Regel zum Verlauf eines Dialogs in der \uparrow Dialogik, bei der \uparrow Proponent und \uparrow Opponent „unsymmetrisch“ behandelt werden →4.2.3/RR-2 | | | | | | | | | | | | |
| lexikographische Ordnung | Das ist die Art der alphabetischen Anordnung von Wörtern in einem Lexikon. Die mathematische Definition geht so: \mathbf{A} sei ein endliches Alphabet aus Buchstaben, zum Beispiel $\mathbf{A}=\{\square, a, b, c, \dots, z\}$, mit einer festgelegten linearen Ordnung $<$, zum Beispiel $\square < a < b < \dots < z$; \square sei das Leerzeichen, das im Sinne von $<$ stets „kleiner“ sei, als alle anderen Buchstaben von \mathbf{A} . Mit \mathbf{A} gebildete „Wörter“ sind endliche Zeichenreihen (Strings), deren Zeichen Buchstaben aus \mathbf{A} sind. \mathbf{A}^* sei die (unendliche) Menge der mit \mathbf{A} gebildeten (endlichen) Wörter. Auf \mathbf{A}^* wird die „lexikographische Ordnung“ \leq_L so definiert: Sind $S := x_1x_2\dots x_m$, $T := y_1y_2\dots y_n$ zwei „Wörter“ (also Strings) der Länge m bzw. n , so gleiche man ihre Längen zunächst durch Anfügen von Leerzeichen \square am kürzeren Wort an. Ist z.B. $m < n$, so füge man am kürzeren String S noch $m-n$ Leerzeichen \square hinten an und bezeichne diese mit x_{m+1}, \dots, x_n , so dass nun beide Wörter dieselbe Länge n bekommen. Die lexikographische Ordnung \leq_L wird nun rekursiv nach folgendem Algorithmus definiert. Seien $S := x_1x_2\dots x_n$, $T := y_1y_2\dots y_n$ Wörter der Länge n : $S \leq_L T$, wenn <table style="margin-left: 20px; border: none;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">$x_1 < y_1$;</td> <td style="padding-right: 10px;">sonst, falls $x_1 = y_1$;</td> <td style="padding-right: 10px;">wenn</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">$x_2 < y_2$;</td> <td style="padding-right: 10px;">sonst, falls $x_2 = y_2$;</td> <td style="padding-right: 10px;">wenn ...</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">... (usw.)</td> <td style="padding-right: 10px;">...</td> <td style="padding-right: 10px;">wenn</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">$x_n < y_n$ oder $x_n = y_n$</td> <td></td> <td style="padding-right: 10px;">sonst: $T <_L S$</td> </tr> </table> \leq_L ist auf der Menge \mathbf{A}^* eine \uparrow lineare Ordnung, d.h.: Für je zwei Wörter $S, T \in \mathbf{A}^*$ gilt: $S <_L T$ oder $T <_L S$ oder $S = T$. Und: aus $S \leq_L T$ und $T \leq_L U$ folgt $S \leq_L U$ für alle $S, T, U \in \mathbf{A}^*$. | $x_1 < y_1$; | sonst, falls $x_1 = y_1$; | wenn | $x_2 < y_2$; | sonst, falls $x_2 = y_2$; | wenn ... | ... (usw.) | ... | wenn | $x_n < y_n$ oder $x_n = y_n$ | | sonst: $T <_L S$ |
| $x_1 < y_1$; | sonst, falls $x_1 = y_1$; | wenn | | | | | | | | | | | |
| $x_2 < y_2$; | sonst, falls $x_2 = y_2$; | wenn ... | | | | | | | | | | | |
| ... (usw.) | ... | wenn | | | | | | | | | | | |
| $x_n < y_n$ oder $x_n = y_n$ | | sonst: $T <_L S$ | | | | | | | | | | | |
| lineare Ordnung | Eine \uparrow Halbordnung (B, \leq) , heißt lineare (oder auch totale) Ordnung, wenn je zwei Elemente \uparrow vergleichbar sind, d.h. wenn gilt: $x \leq y$ oder $y \leq x$ für alle $x, y \in B$ | | | | | | | | | | | | |
| linearer Verband | Ein \uparrow Verband heißt linear, wenn seine Halbordnung eine \uparrow lineare Ordnung ist | | | | | | | | | | | | |
| Literal | Ist a ein \uparrow EA-Zeichen einer \uparrow Aussagenlogik, in der ein (eindeutiger) Negations-Junktor \neg vorhanden ist, so heißt sowohl a als auch $\neg a$ ein Literal. →2.6.1/(2.5.15a) | | | | | | | | | | | | |
| max X | \uparrow Maximum einer Menge $X \subseteq B$ in einer \uparrow Halbordnung (B, \leq) (sofern das Maximum existiert) →2.5.3 | | | | | | | | | | | | |
| Maximum | Sei (B, \leq) eine \uparrow Halbordnung, $X \subseteq B$ und $\text{Max}(X) := \{m \in X \mid x \leq m \text{ für alle } x \in X\}$. Wegen der \uparrow Antisymmetrie der Halbordnung \leq besteht $\text{Max}(X)$ aus höchstens einem Element. Gibt es in B \uparrow unvergleichbare Elemente, so kann $\text{Max}(X)$ auch leer sein. Das Element von Max (falls es existiert), bezeichnen wir mit $\text{max}X$ →2.5.3 | | | | | | | | | | | | |
| Metasprache | Sprache, in der man \uparrow Objektsprachen beschreibt / definiert →1.2.2 | | | | | | | | | | | | |
| min X | \uparrow Minimum einer Menge $X \subseteq B$ in einer \uparrow Halbordnung (B, \leq) (sofern das Minimum existiert) →2.5.3 | | | | | | | | | | | | |
| Minimum | Sei (B, \leq) eine \uparrow Halbordnung, $X \subseteq B$ und $\text{Min}(X) := \{m \in X \mid m \leq x \text{ für alle } x \in X\}$. Wegen der \uparrow Antisymmetrie der Halbordnung \leq besteht $\text{Min}(X)$ aus höchstens einem Element. Gibt es in B \uparrow unvergleichbare Elemente, so kann $\text{Min}(X)$ auch leer sein. Das Element von Min (falls es existiert), bezeichnen wir mit $\text{min}X$ →2.5.3 | | | | | | | | | | | | |
| Modell | Eine \uparrow Belegung β , die einem \uparrow Aussagesymbol F einen \uparrow designierten Wert zuweist. →2.4.3.2/ (2.4.11) | | | | | | | | | | | | |
| Morgan | \uparrow de Morgan Regeln | | | | | | | | | | | | |
| N | Zeichen für die Menge der natürlichen Zahlen , $\{1, 2, 3, \dots\}$ | | | | | | | | | | | | |
| Negation | Synonym für Verneinung. Der Negationsjunktor wird meist mit \neg notiert. Die Bedeutung von \neg ist aber in mehrwertigen Logiken unterschiedlich! | | | | | | | | | | | | |
| Normalbedingungen | Eine Aussagenlogik $(\mathbf{P}, \mathbf{B}, \mathbf{y})$ erfüllt die Normalbedingungen, wenn der Bewertungsbereich \mathbf{B} die besonderen verschiedenen Elemente 0, 1 enthält und alle Verknüpfungen $\in \mathbf{V1}$ bzw. $\in \mathbf{V2}$, beschränkt auf $\{0, 1\}$ nur Werte in $\{0, 1\}$ ergeben. →2.4.3.1 / (2.4.7) | | | | | | | | | | | | |
| obere Schranke | Sei (B, \leq) eine \uparrow Halbordnung und $x, y \in B$. Gilt $x \leq y$, so heißt y eine obere Schranke von x . Ist X eine Teilmenge von B und gilt $x \leq a$ für alle $x \in X$ so nennen wir a eine obere Schranke von X und schreiben dafür auch $X \leq a$ →2.5.3 | | | | | | | | | | | | |
| Objektsprache | formale Sprache, die in einer sog. \uparrow Metasprache definiert wird →1.2.2 | | | | | | | | | | | | |
| Objektzeichen | Element des \uparrow Alphabets einer prädikatenlogischen Sprache 1.Stufe →2 | | | | | | | | | | | | |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|-----------------------------------|--|
| Opponent | derjenige Partner in einem Dialog der \uparrow Dialogik, welcher die \uparrow These des \uparrow Proponenten angreift. \rightarrow 4.2.3 |
| Ordnungsrelation | \uparrow Halbordnung \rightarrow 2.5.3 |
| OS(X) | (B, \leq) sei eine Halbordnung. $OS(X) := \{a \in B \mid x \leq a \text{ für alle } x \in X\}$ ist die Menge der \uparrow oberen Schranken der Teilmenge $X \subseteq B$. \rightarrow 2.5.3 |
| Oz | Menge der \uparrow Objektzeichen („Variablen“) im Alphabet der Sprache einer Prädikatenlogik \rightarrow 3.1/(3.1.1) |
| P | Menge der \uparrow Aussagesymbole (in einer Aussagenlogik) oder der \uparrow prädikatenlogischen Aussagesymbole (in einer Prädikatenlogik) \rightarrow 2.1.1 |
| partielle Ordnung | Synonym für \uparrow Halbordnung \rightarrow 2.5.3 |
| Partikelregeln | in der \uparrow Dialogik bezeichnet man die Junktoren $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow$ als „Partikel“. Die Partikelregeln besagen, wie die beiden Dialogpartner im Dialog bei zusammengesetzten Behauptungen mit diesen Partikeln umgehen sollen. \rightarrow 4.2.2 |
| Partikularisator | übliche Bezeichnung für den „es gibt x...“-Quantor $\exists x$: |
| Platzhalter | Synonym für \uparrow Variable \rightarrow 2.2.3.3 |
| Pot(M) | bezeichnet die Potenzmenge $\{X \mid X \subseteq M\}$ einer Menge M. Wird mit $X^c := M - X$ das Komplement einer Teilmenge $X \subseteq M$ bezeichnet, so ist die Struktur $(Pot(M), \subseteq, \dots^c, \cup, \cap)$ ein \uparrow Boolescher Verband, wobei \subseteq die Verbandshalbordnung ist, \dots^c, \cup, \cap den Verbandsoperationen $*, \vee, \wedge$, und M der Eins 1, \emptyset der Null 0 entsprechen. |
| Prä | Menge der Prädikate (Prädikatenformen) in einem \uparrow Anwendungssystem (Uni, B, Prä) der mehrwertigen \uparrow Prädikatenlogik 1. Stufe \rightarrow 3.1/(3.1.1) |
| Prädikat | ist die „Deutung“ eines \uparrow Prädikat(en)symbols \rightarrow 3.2/(3.2.1) |
| Prädikat(en)symbol | ein String der Form $px_1 \dots x_n$, wobei p ein n-stelliges \uparrow Prädikatzeichen und x_1, \dots, x_n n \uparrow Objektzeichen („Variablen“) sind. Prädikatensymbole werden auch als elementare prädikatenlogische Aussagesymbole, kurz „EP-Symbole“ oder auch „Atome“ bezeichnet, weil aus ihnen alle anderen prädikatenlogischen Aussagesymbole zusammengesetzt sind. \rightarrow 3.1/(3.1.2) |
| Prädikatenlogik 1. Stufe | Die hier betrachtete Eine Prädikatenlogik P = [Oz, Pz, J1, J2, Qu] heißt „von erster Stufe“, weil \uparrow Prädikatzeichen (Menge Pz) und \uparrow Quantorzeichen (Menge Qu) nur auf \uparrow Objektzeichen (Menge Oz) angewendet werden. Eine Prädikatenlogik würde „von zweiter Stufe“ heißen, wenn Prädikatzeichen und Quantorzeichen auch auf Prädikatzeichen angewendet würden. \rightarrow 3 |
| prädikatenlogisches Aussagesymbol | ein Element der formalen Sprache P der \uparrow Prädikatenlogik 1. Stufe \rightarrow 3.1/(3.1.2) |
| Prädikatzeichen | Element des \uparrow Alphabets einer prädikatenlogischen Sprache (1. Stufe) \rightarrow 3.1/(3.1.1) |
| Prämisse | der Teil X in einer Aussage der Form $X \Rightarrow Y$ |
| Primzahl | eine natürliche Zahl $p > 1$, die nur durch sich selbst (und durch 1) ohne Rest teilbar ist, heißt Primzahl. Die aufsteigende Folge der Primzahlen ist 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... Die Folge der Primzahlen bricht nicht ab; es gibt unendlich viele Primzahlen. |
| Proponent | Derjenige Partner einer \uparrow Dialogik, welcher den Dialog mit einer \uparrow These beginnt. \rightarrow 4.2.3 |
| P-Symbol | \uparrow prädikatenlogisches Aussagesymbol |
| Pz | Menge der \uparrow Prädikatzeichen im Alphabet einer Sprache einer Prädikatenlogik \rightarrow 3.1/(3.1.1) |
| Qu | Menge der \uparrow Quantorzeichen im Alphabet der Sprache einer Prädikatenlogik \rightarrow 3.1/(3.1.1) |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|-----------------------------|--|
| Quantorzeichen, Quantor | Ein Quantorzeichen ist ein (von 1-stelligen \uparrow Junktoren zu unterscheidendes) Vorschaltzeichen vor einem \uparrow prädikatenlogischen Aussagesymbol. Die gebräuchlichsten Quantorzeichen sind \exists („es gibt...“) und \forall („für alle ...“); daneben werden auch die Zeichen \sup („Supremum“) und \inf („Infimum“) benutzt. Ein Quantor hat die Form Qx ; , gebildet von einem Quantorzeichen Q und einem \uparrow Objektzeichen x . Ist F ein prädikatenlogisches Aussagesymbol, so ist $Qx:F$ wieder ein prädikatenlogisches Aussagesymbol. Kommt x im Ausdruck F noch „frei“ vor, so wird x im Ausdruck $Qx:F$ durch den Quantor Qx „gebunden“. In einer Deutung spielen Quantoren eine ähnliche Rolle, wie z.B. das Summenzeichen Σ bei der Addition von (indizierten) Zahlengrößen oder z.B. das Vereinigungszeichen \cup bei Vereinigung von (indizierten) Mengen. \rightarrow 3.1/(3.1.1) |
| Rahmenregeln | das sind Regeln der \uparrow Dialogik über den Beginn, den Verlauf und das Ende in einem Dialog zwischen zwei Partnern. \rightarrow 4.2.3 |
| Reflexivität | \uparrow Halbordnung ; \uparrow Äquivalenzrelation. Eine 2-stellige Relation $R \subseteq X \times X$ heißt reflexiv, wenn zRz gilt für alle $z \in X$ („ yRz “ ist die „Infix-Schreibweise“ für $(y,z) \in R$) |
| rekursiv | \uparrow induktiv |
| Semantik-Schema | Schema für die Deutung / Anwendung einer formalen Sprache \rightarrow 2.3, 3.2 |
| semantische Folgebeziehung | \uparrow Folgebeziehung |
| semantische Vollständigkeit | \uparrow funktionale Vollständigkeit |
| Sprache | \uparrow formale Sprache |
| Stelligkeit | Allgemein: Sei $\alpha: A^n \rightarrow B$ eine Abbildung des n -fachen kartesischen Produkts $A^n = A \times \dots \times A$ einer Menge A in eine Menge B . Die Abbildung α kann in Variablenform, auch als $\alpha(x_1, \dots, x_n)$ geschrieben werden. Die natürliche Zahl n heißt dann die Stelligkeit von α . In der Sprache einer Prädikatenlogik: Ist p ein \uparrow Prädikatzeichen und gestattet p , dass man n \uparrow Objektzeichen x_i hinter p anfügt, so dass $px_1 \dots x_n$ ein \uparrow Prädikatsymbol wird, so heißt n die Stelligkeit von p . |
| Standardbedingungen | Die „Standardbedingungen“ für eine Logik (P, B, γ) entstehen aus den Haupteigenschaften der Verknüpfungen $*$, $+$, \bullet , \rightarrow des Booleschen 2-Verbandes der klassischen Logik, wenn man auf dem Bewertungsbereich B einen Designationsbereich $W \subseteq B$ auswählt und die Metaaussagen „ $x=1$ “ bzw. „ $x \neq 1$ “ ersetzt durch die Metaaussagen „ $x \in W$ “ bzw. „ $x \notin W$ “ für beliebige $x \in B$ \rightarrow 2.4.3.1/ (2.4.8) |
| String | Ist Z ein gegebenes \uparrow Alphabet, so nennt man jede (auf dem Schreibpapier oder Datenträger) linear angeordnete aus n Zeichen $z_i \in Z$ bestehende lückenlose Zeichenreihe $z_1 z_2 \dots z_n$ einen <i>String</i> . |
| Supremum | $\sup X$ (falls existent) ist die kleinste \uparrow obere Schranke der Teilmenge $X \subseteq B$ einer \uparrow Halbordnung (B, \leq) ; also: $\sup X := \min OS(X)$ – siehe $\uparrow OS(X)$ |
| $\sup X$ | \uparrow Supremum einer Menge X \rightarrow 2.5.3 |
| surjektiv | Eine \uparrow Abbildung $f: A \rightarrow B$ heißt surjektiv, wenn es zu jedem $y \in B$ wenigstens ein $x \in A$ gibt mit $y=f(x)$ |
| Syntax-Schema | Schema für den (rekursiven) Aufbau einer formalen Sprache \rightarrow 2.1; \rightarrow 3.1 |
| Tautologie | Ein \uparrow Aussagesymbol (eine logische Formel) G heißt Tautologie, wenn $\beta(G)$ bei jeder \uparrow Belegung β einen Wert im \uparrow Designationsbereich W hat \rightarrow 2.4.3.2/(2.4.9) |
| Teilformel | Sei F ein zusammengesetztes Aussagesymbol; F ist also ein String $z_1 z_2 \dots z_n$, dessen Zeichenreihenfolge durch die Indexanordnung $1 < 2 < \dots < n$ gegeben ist. Ist $1 \leq k \leq n$ und $k+r \leq n$, so ist $G := z_k z_{k+1} \dots z_{k+r}$ ein Teilstring von F . G heiße Teilformel von F , wenn G ein Aussagesymbol ist. \rightarrow 2.1/ (2.1.3) |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|---|---|
| Term | In der Sprache der klassischen Prädikatenlogik 1. Stufe heißen folgende Symbole „Terme“ (rekursive Definition): a) Variablen (d.h. Objektzeichen) sind Terme. b) Ist f ein n -stelliges Funktionszeichen, und sind x_1, \dots, x_n n Variablen, so ist $fx_1 \dots x_n$ ein Term. c) Ist f ein n -stelliges Funktionszeichen, und sind t_1, \dots, t_n n Terme, so ist $ft_1 \dots t_n$ ein Term. Der Term-Begriff wird in der hier benutzten Sprache P einer vereinfachten Prädikatenlogik nicht gebraucht, da keine Funktionszeichen im \uparrow Alphabet von P eingeführt werden. |
| <i>tertium non datur</i> | lateinisch: „ein Drittes liegt nicht vor“. In der klassischen Aussagenlogik ist die Formel $X \vee \neg X$ eine \uparrow Tautologie, die „ <i>tertium non datur</i> “ genannt wird. Das wird irrtümlich oft so interpretiert, als besage es, dass die klassische Logik 2-wertig ist (kein dritter logischer Wert). Die Formel $X \vee \neg X$ ist aber auch in vielen mehrwertigen Logiken eine Tautologie! |
| Tetralemma | Eine logische Figur aus vier Positionen, die ihre Anwendung in der sog. „indischen Logik“ sowie im indischen Rechtswesen und in einigen therapeutischen Methoden hat →2.6.3 |
| These | Anfangsbehauptung des \uparrow Proponenten in einem Dialog der \uparrow Dialogik |
| totale Ordnung | Synonym für \uparrow lineare Ordnung |
| Transitivität | \uparrow Halbordnung ; \uparrow Äquivalenzrelation |
| U | Vereinigungszeichen für die Vereinigung mehrerer Mengen. Ist I eine Indexmenge, und ist für jedes $i \in I$ eine Menge M_i definiert, so ist $\bigcup_{i \in I} M_i$ ihre Vereinigung. |
| überabzählbar | Eine Menge M heißt überabzählbar, wenn es \uparrow injektive \uparrow Abbildungen $\mathbf{N} \rightarrow M$ der Menge \mathbf{N} der natürlichen Zahlen in M gibt, aber keine dieser Abbildungen \uparrow surjektiv ist. |
| Übernahmeprinzip | eine \uparrow Rahmenregel der \uparrow Dialogik, bei welcher der Partner X eine Behauptung nicht „selbst“, sondern durch Übernahme der früher vom Gegner Y ausgesprochenen Behauptung verteidigt. →4.3.2/RR-4 |
| Uni | „Universum“; Bezeichnung für die Menge der Anwendungsobjekte in einem \uparrow Anwendungssystem (Uni , B , Prä) der \uparrow Prädikatenlogik 1. Stufe →3.1/(3.1.1) |
| untere Schranke | Sei (B, \leq) eine \uparrow Halbordnung und $x, a \in B$. Gilt $a \leq x$, so heißt a eine untere Schranke von x . Ist X eine Teilmenge von B und gilt $a \leq x$ für alle $x \in X$ so nennen wir a eine untere Schranke von X und schreiben dafür auch $a \leq X$ →2.5.3 |
| US(X) | (B, \leq) sei eine Halbordnung. $US(X) := \{a \in B \mid a \leq x \text{ für alle } x \in X\}$ ist die Menge der \uparrow unteren Schranken der Teilmenge $X \subseteq B$. →2.5.3 |
| Variable (in einer prädikatenlogischen Sprache) | Synonym für \uparrow Objektzeichen |
| Variable (allgemein) | Z sei eine gegebene Zeichenmenge und $\underline{s} = z_1 z_2 \dots z_n$ sei ein endlicher \uparrow String aus n Zeichen von Z . Ersetzt man in \underline{s} an der i -ten Stelle das Zeichen z_i durch ein <i>nicht zu</i> Z gehöriges Zeichen x , so heißt x ein Platzhalter oder eine Variable. Beispiel: Der arithmetische Ausdruck $2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 + 7$ ist ein aus der Zeichenmenge $\{, +, \cdot, ^2, 3, 5, 7, \dots\}$ gebildeter String. Der Ausdruck $2 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 7$ dagegen enthält statt der 3 an der dritten und achten Stelle das nicht zur ursprünglichen Zeichenmenge gehörige Zeichen x . Dieses x fasst man als eine Variable auf, die bei Bedarf wiederum durch („zulässige“) Zeichen der Zeichenmenge Z ersetzt wird, wodurch ein neuer arithmetischer Ausdruck entsteht. |

| Term / Zeichen | Erläuterung / Definition |
|---------------------------------|---|
| Verband | <p>(1) Eine \uparrow Halbordnung (B, \leq), in der für jedes Paar $x, y \in B$ das \uparrow Supremum $\sup\{x, y\}$ und das \uparrow Infimum $\inf\{x, y\}$ in B existieren, heißt ein Verband. Führt man in B die Verknüpfungen $+: B \times B \rightarrow B$, $\bullet: B \times B \rightarrow B$ durch $x+y := \sup\{x, y\}$, $x \bullet y := \inf\{x, y\}$ ein, so erfüllen diese für alle $x, y, z \in B$ die Regeln</p> <p>(K) $x+y = y+x$, $x \bullet y = y \bullet x$ (Kommutativität) (As) $x+(y+z) = (x+y)+z$, $x \bullet (y \bullet z) = (x \bullet y) \bullet z$ (Assoziativität) (Ab) $x+(x \bullet y) = x$, $x \bullet (x+y) = x$ (Absorption) (Id) $x+x = x$, $x \bullet x = x$ (Idempotenz)</p> <p>(2) Ist umgekehrt $(B, +, \bullet)$ eine Algebraische Struktur, in der die Regeln (K), (As), (Ab) gelten, so ist die durch $x \leq y$:gdw. $y = x+y$ definierte Relation eine Halbordnung auf B, für die auch noch gilt: $x \bullet y = x$ gdw. $x \leq y$. Man zeigt für alle $x, y \in B$, dass bezüglich \leq $x+y$ das \uparrow Supremum und $x \bullet y$ das \uparrow Infimum der beiden Elemente $x, y \in B$ sind. \rightarrow 2.5.3/(2.5.9)</p> |
| vergleichbar | In einer \uparrow Halbordnung (B, \leq) heißen zwei Elemente $x, y \in B$ vergleichbar, wenn gilt: $x \leq y$ oder $y \leq x$ \rightarrow 2.5.3 |
| Verknüpfung | Als Verknüpfungen werden in dieser Note nur gewisse \uparrow 1-stellige \uparrow Abbildungen $B \rightarrow B$ und \uparrow 2-stellige Abbildungen $B \times B \rightarrow B$ einer algebraischen Struktur (B, \vee, \wedge) bezeichnet. Ist ϕ eine 2-stellige Verknüpfung, so benutzen wir statt $\phi(x, y)$ meist die sog. „Infix-Schreibweise“ $x \phi y$ |
| vollständiger Verband | Ein \uparrow Verband B heißt vollständig, wenn $\uparrow \sup X$ und $\uparrow \inf X$ für jede Teilmenge $X \subseteq B$ existieren. Insbesondere existiert in B das mit 1 bezeichnete größte und das mit 0 bezeichnete kleinste Element, und es gilt $\sup B = \inf \emptyset = 1$, $\inf B = \sup \emptyset = 0$. Jeder endliche Verband ist vollständig. In dieser Abhandlung betrachten wir fast nur endliche Verbands – mit geeigneten algebraischen Zusatzstrukturen – als \uparrow Bewertungsbereich B einer wertebasierten Aussagenlogik. \rightarrow 2.5.3/(2.5.5) |
| Z | \uparrow Alphabet, aus Grundzeichen, aus denen die formale Sprache P der \uparrow Aussagesymbole einer Aussagenlogik oder der \uparrow Prädikatensymbole einer \uparrow Prädikatenlogik aufgebaut ist |
| Zeichenreihe | Synonym für \uparrow String – endliche lineare lückenlose Folge von Zeichen |
| zusammengesetztes Aussagesymbol | \uparrow Aussagesymbol, das nicht nur aus einem \uparrow EA-Zeichen besteht |

7 Literaturverzeichnis

| Referenz-Nr. | Autor, Titel, Verlag, Erscheinungsjahr |
|-----------------|--|
| | <i>Bücher, Monographien:</i> |
| [Go.1989] | Siegfried Gottwald: „Mehrwertige Logik – eine Einführung in Theorie und Anwendungen“. Akademie-Verlag Berlin, 1989 |
| [Kr/Kü.2006] | Martin Kreuzer / Stefan Kühling: „Logik für Informatiker“. Pearson Studium. München, 2006 |
| [Eb/FI/Th.2007] | H.-D. Ebbinghaus / J. Flum / W. Thomas: „Einführung in die mathematische Logik“. Spektrum (Akademischer Verlag), 2007 |
| [Zi.2010] | Martin Ziegler: „Mathematische Logik“. Vlg. Birkhäuser, 2010 |
| [Ga/Wi.1996] | B. Ganter / R. Wille: „Formale Begriffsanalyse“. Springer, 1996 |
| [Br/Zu.1974] | G. Brauns / H. Zubrod: „Einführung in die Booleschen Algebren“. Akadem. Verlagsgesellschaft Frankfurt, 1974 |
| [FLM1.1966] | Behnke / Remmert / Steiner / Tietz: „Logik und Methodologie“. In Mathematik 1. Fischer Lexikon, 1966 |
| [Fi/Vo.2003] | E. Fischer / W. Vossenkuhl (Hrsg.): „Die Fragen der Philosophie – eine Einführung in Disziplinen und Epochen“. Becksche Reihe, 2003 |
| [Kib.2003] | Matthias Varga von Kibéd und Insa Sparrer: „Ganz im Gegenteil“ – „Tetralemmaarbeit und andere Grundformen Systemischer Strukturaufstellung für Querdenker und solche, die es werden wollen“. Carl-Auer-Systeme Verlag, Heidelberg 2003 |
| [Ga/Pr.2004] | Jay L. Garfield / Graham Priest: „Mountains are Just Mountains“. Central Institute of Higher Tibetan Studies, University of Melbourne / Smith College, University of St Andrews. 2004 |
| [Bli.2005] | Claus Blickhan: „Wege aus dem Konflikt: Vom Dilemma zum Tetralemma“. 2005 |
| [Zahn1.2010] | Peter Zahn: „Übersetzung metasprachlicher Bewertungsaussagen in die Objektsprache“, Email-Note, 23.April 2010 |
| [Kei.2009] | Laurent Keiff: Dialogical Logic. Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2009 http://plato.stanford.edu/entries/logic-dialogical/ |
| [Gör.2005] | Günther Görz: „Dialogische Logik und mathematischer Unterrichtsdiskurs“ (Christian Thiel gewidmet), FB Informatik, Uni Erlangen-Nürnberg, 2005 (Anm.CL: Ein haarstäubend unpräzise formulierter Artikel!) |
| [Rah.2002] | Shahid Rahman: „Plädoyee für Logik in der Rechtsinformatik“. Uni. Lille. JurPC Web-Dok. 194/2002, Abs. 1 – 14, Hersg. Prof.Dr. M. Herberger, 2010 |
| [Rah.Rü.1997] | Shahid Rahman / Helge Rückert: „Die pragmatischen Sinn- und Geltungskriterien der Dialogischen Logik beim Beweis des Adjunktionsatzes“. (Christian Thiel zum 60.Geburtstag gewidmet) FR 5.1 Philosophie, Universität des Saarlandes. 1997 |

| Referenz-Nr. | Autor, Titel, Verlag, Erscheinungsjahr |
|--------------|---|
| [Lo.1962] | Paul Lorenzen (Erlangen): „Das Problem einer Formalisierung der Hegelschen Logik“ – Ko-Referat zu einem Vortrag von Gotthard Günther. Heidelberger Hegel-Tage 1962. Hegel-Studien, Beiheft 1, S.125-130, H. Brower Verlag 1964. http://www.vordenker.de , 2004 |
| [W.I.O.2004] | H. Wedekind / R. Inhetveen / E. Ortner: „Informatik als Grundbildung“. Uni. Erlangen-Nürnberg, TU Darmstadt. 2004 <i>Artikel aus dem Internet:</i> |
| [Wiki.MWL] | Wikipedia: „Mehrwertige Logik“. http://de.wikipedia.org/wiki/Mehrwertige_Logik |
| [Wiki.Vb] | Wikipedia: „Verband (Mathematik)“ .2.11.2009 http://de.wikipedia.org/wiki/Verband_(Mathematik) |
| [Ro.2003] | Christian Rothe: „Mehrwertige Logiken“ . 28.5.2003 http://www2.informatik.hu-berlin.de/Forschung_Lehre/algorithmenII/Lehre/WS2002-2003/Nichtkl_Log/Mehrwert.pdf |
| [Web.1998] | Stefan Weber: „Investigations in Belnap's Logic of Inconsistent and Unknown Information“. Dissertation, Univ. Leipzig, 19.10.1998 http://lips.informatik.uni-leipzig.de/files/1998-13.pdf |
| [Ke-Is.2008] | Gabriele Kern-Isbener: „Commonsense Reasoning“. TU Dortmund, 14.4.2008 http://ls6-www.cs.tu-dortmund.de/static/ie/cr_08ss/CR_lecture_2008-04-10_handout_fa.pdf |
| [Wiki.Tet] | Wikipedia: „Tetralemma“. 20.12.2009 http://de.wikipedia.org/wiki/Tetralemma |
| [Wiki.TetS] | Wikipedia: „Tetralemma (Strukturaufstellung)“. 4.12.2009 http://de.wikipedia.org/wiki/Tetralemma_(Strukturaufstellung) |
| [Wiki.Dial] | Wikipedia: „Dialogische Logik“. 18.12.2009 http://de.wikipedia.org/wiki/Dialogische_Logik |
| [Wiki.MwL] | Wikipedia: „Mehrwertige Logik“. 01.12.2009 http://de.wikipedia.org/wiki/Mehrwertige_Logik |
| [Wiki.Luk] | Wikipedia: „Łukasiewicz“. http://de.wikipedia.org/wiki/Jan_%C5%81ukasiewicz |
| [Wiki.Bel] | Wikipedia: Belnaps vierwertige Logik. 7.2.2009 http://de.wikipedia.org/wiki/Belnaps_vierwertige_Logik |
| [Wiki.Hey] | Wikipedia: „Heyting-Algebra“. 29.11.2009 http://de.wikipedia.org/wiki/Heyting-Algebra |
| [Wiki.ChS] | Wikipedia: „Chinesische Schriftzeichen“. http://de.wikipedia.org/wiki/Chinesische_Schriftzeichen |
| [Wiki.ChR] | Wikipedia: „Liste traditioneller Radikale“. http://de.wikipedia.org/wiki/Liste_traditioneller_Radikale |
| [Wiki.ChW] | Wikipedia: „Kangxi-Wörterbuch“. http://de.wikipedia.org/wiki/Kangxi-Wörterbuch |

→ ENDE